ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 26 JANVIER 1959.

PRÉSIDENCE DE M. ALBERT PORTEVIN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES. — *Les équations différentielles périodiques. Points d'accumulation des intégrales.* Note (*) de M. **ARNAUD DENJOY**.

L'équation périodique $dX/dz = F(z, X)$ $[X = (x, y)]$ définissant sur le tore S^3, variété à trois dimensions, une famille de trajectoires, on étudie pour chacune d'elles, et pour ses points de rencontre avec un tore S^2 méridien de S^3, leurs ensembles d'accumulation.

Dans ma précédente Note [1], j'étudiais l'allure à l'infini des images $t(N_0)$ dans U^3 des trajectoires $T(M_0)$ intégrant sur le tore S^3 de U^4 le système périodique $dX/dz = F(z, X)$ $[X = (x, y)]$. Avec certains exemples particuliers nous avons noté les propriétés correspondantes présentées par les trajectoires $T(M_0)$ et par l'ensemble $\Omega(M_0)$ de leurs points de rencontre avec le tore $C^2(o)$, méridien de S^3. Nous devons passer maintenant aux considérations générales concernant les ensembles d'accumulation de $T(M_0)$ sur S^3, de $\Omega(M_0)$ sur $C^2(o)$. Nous désignons par $T_+(M_0)$, $T_-(M_0)$, par $\Omega_+(M_0)$, $\Omega_-(M_0)$ les parties de $T(M_0)$ correspondant à $z \geqq o$, à $z \leqq o$, l'ensemble des M_n pour $n \geqq o$, pour $n \leqq o$; $V^3_+(M_0)$, $V^3_-(M_0)$ seront les ensembles d'accumulation de $T_+(M_0)$, de $T_-(M_0)$ sur S^3; $J^2_+(M_0)$, $J^2_-(M_0)$, ceux de $\Omega_+(M_0)$, de $\Omega_-(M_0)$ sur $C^2(o)$.

Nous rappellerons les principaux faits constatés pour l'équation périodique simple $d\theta/d\varphi = F(\varphi, \theta)$. Le point $M(\varphi, \theta)$ décrit le tore S^2 dont $C^1(o)$ est le méridien $\varphi = o$. Nous poserons la question de la possibilité ou de l'impossibilité d'étendre ces propriétés au cas du couple d'équations. $V^2_+(M_0)$, ..., $J^1_+(M_0)$ seront les ensembles d'accumulation de $T_+(M_0)$..., de $\Omega_-(M_0)$ sur S^2, sur $C^1(o)$ qui contient $\Omega(M_0)$.

1° Qu'il y ait ou non des cycles, l'ensemble des nombres $(\theta_n - \theta_0)/n$ [des points $i_n(\theta_0)$ situés sur la droite $\varphi = 1$ dans le plan des φ, θ] possède un point

d'accumulation unique α, indépendant de θ_0, le même pour $n+\infty$, et pour $n-\infty$.

Cette propriété n'a pas d'analogue avec le système double, puisque nous avons réalisé le cas de cycles partout denses sur S^3, et dont les périodes (r, m, q) forment des associations toutes différentes.

2° *S'il existe des cycles sur* S^2 (α rationnel), les ensembles $V^2_+(M_0)$, $V^2_-(M_0)$ sont généralement différents et ils dépendent de M_0.

Par exemple, soit H un ensemble de parallèles de S^2, H étant fermé, fini ou non, dénombrable ou non, partiellement continu on non dense.

On forme immédiatement une équation $d\theta/d\varphi = F$, possédant une famille de cycles identique à H. Celui-ci sépare sur S^2 des bandes B_m limitées par deux parallèles ϖ, ϖ' de H. Si M_0 est dans B_m, $V^2_+(M_0)$, $V^2_-(M_0)$ seront à volonté l'un (et le même pour B_m donné) ϖ, l'autre ϖ'. Sur $C^1(o)$, les M_n sont isolés si M_0 est étranger à H.

Avec le système de deux équations, s'il y a des cycles, et particulièrement des cycles de périodes diverses, les ensembles $V^3_+(M_0)$, $V^3_-(M_0)$ [et corrélativement $J^2_+(M_0)$, $J^2_-(M_0)$], très généralement différents, doivent pouvoir présenter des dispositions variant beaucoup avec M_0. Je soumets ce sujet d'étude au lecteur.

3° S'il n'existe pas de cycle sur S^2 (α irrationnel) : indépendamment de M_0, d'une part $V^2_+(M_0)$, $V^2_-(M_0)$, d'autre part $J^1_+(M_0)$, $J^1_-(M_0)$ sont identiques entre eux, et aussi à un ensemble V^2, à un ensemble J^1, indépendants de M_0, le dernier parfait.

Nous avons trouvé un exemple de système double, où l'absence de cycles s'accompagne de ce fait : $i_n(N_0)$ tend vers un point unique o, le même pour $n+\infty$ et pour $n-\infty$, et ce point est indépendant de N_0. *Ces conditions sont-elles des conséquences nécessaires de l'absence de cycles sur* S^3 ? Je pose la question.

4° Toujours en l'absence de cycle sur S^3 (α irrationnel), si M_0 est sur J^1, $\Omega(M_0)$ est partout dense sur J^1, $T(M_0)$ est partout dense sur V^2.

Dans le cas où J^1 est non dense sur $C^1(o)$, et V^2 non dense sur le tore S^2, j'ai signalé (AM, II, p. 896) que les contigus i_m de J^1 pouvaient se répartir en plusieurs séries distinctes, et même en une infinité, chacun des i_m étant (par la substitution θ_0, θ_1) le conséquent d'un contigu de la même série et le précédent d'un autre. Les i_m offrent la disposition mutuelle sur $C^1(o)$ des points $e^{i(\omega_p+n\alpha)}$ sur le cercle trigonométrique, les ω_p étant des irrationnelles deux à deux indépendantes (p et n entiers, $p>0$, n quelconque).

Chacune de ces séries de contigus est la section par $C^1(o)$ d'une région R_p du complémentaire de V^2 sur S^2, chaque région R_p a pour frontière la totalité de V^2. Dans le plan, les exemples de continus, frontière commune de plus de deux régions ou d'une infinité de régions, sont assez laborieux à créer. Sur le tore S^2, l'opération est très simple.

Sur S^3, les ensembles $V^3_+(M_0)$, $V^3_-(M_0)$ sont aussi des continus, puisque les arcs M_0M_n et M_0M_{-n} de $T(M_0)$ sont des continus. Soit K l'un de ces continus,

par exemple $V_+^3(M_0)$. On voit immédiatement que si $M'_0(x'_0, y'_0, z'_0)$ est sur K, $T(M'_0)$ est intégralement sur K.

En effet, M'_0 est point limite, pour k et $z_k + \infty$, d'une suite $P_k(u_k, v_k, z_k)$ située sur $T(M_0)$: n étant positif ou négatif, mais fixe, soient $M'_n(x'_n, y'_n, z'_0 + n)$ sur $T(M'_0)$ et $P_{k+n}(u_{k+n}, v_{k+n}, z_k + n)$ sur $T(M_0)$. Dès $k + n > 0$, P_{k+n} est sur $T_+(M_0)$, et pour $k + \infty$, en raison de la continuité de $F(x, y, z)$, l'arc $P_k P_{k+n}$ de $T(M_0)$ tend vers l'arc $M'_0 M'_n$ de $T(M'_0)$. Donc M'_n est sur K, $T(M'_0)$ est en totalité sur K.

Je pose ces deux questions :

a. $T_+(M'_0)$ et $T_-(M'_0)$ sont-ils nécessairement partout denses sur $K = V_+^3(M_0)$, sur $K = V_-^3(M_0)$?

b. Sinon, en est-il au moins ainsi quand l'ensemble $\Omega(M_0)$ est dense en lui-même? Nous disons en même temps que $T(M_0)$ est dense en lui-même, chacun de ses points lui étant accumulatif.

Convenons de dire qu'un continu K de S^3 est de l'espèce (E) s'il contient la trajectoire $T(M_0)$ de chacun de ses points M_0; $V_+^3(M_0)$ et $V_-^3(M_0)$ sont de l'espèce (E). Nous dirons qu'un continu K de l'espèce (E) est plus particulièrement de l'espèce (E_0) si, pour chacun de ses points M_0, $T_+(M_0)$ et $T_-(M_0)$ sont partout denses sur $K \equiv V_-^3(M_0) \equiv V_+^3(M_0)$.

Tout continu K *de* S^3, *ne contenant pas de cycle et appartenant à l'espèce* (E), *renferme un continu* K_0 *de l'espèce* (E_0).

Si K n'est pas dans (E_0) il existe sur K deux points M_0^1 et I_1, distants de $r_1 > 0$, tels que la sphère ouverte $\sigma(I_1, r_1)$ de U^4, ayant pour centre I_1 et pour rayon r_1, ne contient aucun point soit de $T_+(M_0^1)$, soit de $T_-(M_0)$. Le maximum de r_1 est atteint. Nous supposons r_1 égal à ce nombre. Les continus $V_+^3(M_0^1)$ et $V_-^3(M_0^1)$ sont dans K, disjoints de $\sigma(I_1, r_1)$, et ils sont de l'espèce (E). Si tous deux sont étrangers à (E_0), soit K_1 l'un d'eux; puis dans K_1, deux points M_0^2, I_2 de distance r_2 maximum, tels que $\sigma(I_2, r_2)$ ne contient aucun point soit de $T_+(M_0^2)$ soit de $T_-(M_0^2)$. Nous supposons K_1 identique au continu $V_+^3(M_0^1)$, $V_-^3(M_0^1)$ donnant le plus grand r_2; I_2 et $T(M_0^2)$ sont sur K_1, contenu dans K. Donc $r_2 \leq r_1$. Si $V_+^3(M_0^2)$ et $V_-^3(M_0^2)$ sont tous deux étrangers à (E_0), on recommence. Et ainsi de suite.

Ou bien on est arrêté à un ensemble K_m appartenant à (E_0). Ou bien on continue indéfiniment. Les K_n décroissent. Les nombres r_n ne croissent pas. Or la sphère $\sigma(I_n, r_n)$ ne contenant aucun point de K_{n+1} et r_n décroissant, toutes les sphères $\sigma(I_n, r_n/2)$ sont disjointes. Donc r_n tend vers o. Soit $K_\infty = \Pi K_n$; K_∞ est un continu (ou un point). Si M_0 est sur K_∞, $T(M_0)$ est dans tout K_n, donc dans K_∞. De plus la distance à $T_+(M_0)$ et à $T_-(M_0)$ de tout point I de K_∞ est inférieure à tout r_n. Elle est donc nulle. K_∞ est dans (E_0).

La section de K_∞ par $C^2(o)$ est un ensemble J^2 non fini, puisque K ne

contenait pas de cycle. J^2, fermé, dense en lui-même, est parfait.

$$J^2_+(M_0) = J^2_-(M_0) = J^2,$$

indépendamment de M_0 sur J^2.

5° La disparition du cas singulier de Poincaré pour l'équation unique (avec α irrationnel) correspond au fait suivant : Il n'y a pas de trajectoire isolée.

Cela se produit quand $d\theta_1/d\theta_0$ est à variation bornée. *Y a-t-il, en l'absence de cycle, une condition vérifiée par* DX/DX_0 *entraînant que toute trajectoire* $T(M_0)$ *est dense en elle-même ?*

Sur $C^2(o)$, soit un ensemble $\Omega(M_0)$ isolé, s'il en existe. Nous pourrions donner l'indice o à celui des M_n dont la distance ρ aux autres est maximum. Pour $r < \rho$, la section quasi circulaire $c(M_0, r)$ de $\sigma(M_0, r)$ par $C^2(o)$ est à distance $\geq \rho - r$ des points $M_n (n \neq o)$. Le transformé $c_n(r)$ de $c(M_0, r)$ pour $z = n$, est un ensemble ouvert contenant M_n, et à distance positive r_n de M_0. Mais $c_n(r)$ peut être extrêmement ramifié, et il est possible que $\eta(r)$, minimum de r, soit nul, quel que soit r. Si $\eta(r)$ est positif pour une valeur r' de r, en prenant $r < \eta(r')$, on aura des ensembles $c_n(r)$ tous disjoints.

Si donc les aires se conservent sur $C^2(z)$ pour z variable : ou bien quel que soit M_0, la trajectoire $T(M_0)$ est dense en elle-même; ou bien, si $T(M_0)$ est isolée, $\eta(r) = o$ quel que soit $r > o$.

Dernières remarques. — Les points $i_n(N_0)$ sur le plan $z = 1$ de U^3, les points M_n de $C^2(o)$, les arcs $T^n_+(M_0)$ et $T^n_-(M_0)$ de $T(M_0)$, limités par M_0, M_n, varient continûment avec N_0, avec M_0. Leurs ensembles d'accumulation sont dès lors soumis à des lois générales dont on trouvera en particulier l'étude dans la deuxième partie de mes *Leçons sur le Calcul des coefficients* [pour les $T(M_0)$, *voir* p. 214]. De ce point de vue, des problèmes se posent. Également la métrique peut intervenir. Existe-t-il, pour ces ensembles d'accumulation, des propriétés statistiques, c'est-à-dire vérifiées par tous les points initiaux M_0 [et par ceux de $\Omega(M_0)$] sur $C^2(o)$, exception faite d'un ensemble d'aire nulle ?

J'arrêterai ici l'étude poursuivie dans cette suite de cinq Notes. Il m'a été dit que la question des systèmes différentiels périodiques avait attiré l'attention des mathématiciens intéressés par la mécanique analytique, sans toutefois qu'aucune publication ait révélé si le sujet a été abordé avec fruit. J'ai voulu conduire les chercheurs au seuil des problèmes à résoudre. J'ai souhaité les aider en leur présentant des exemples caractéristiques, et des méthodes permettant d'en construire bien d'autres.

(*) Séance du 19 janvier 1959.

(1) *Comptes rendus*, **248**, 1959, p. 28.

HYDRAULIQUE. — *Manœuvres rythmiques pour une cheminée déversante avec influence de la hauteur de chute dans le cas d'un orifice.* Note de M. **Léopold Escande.**

Méthode pour l'étude des manœuvres rythmiques provoquant le déversement maximum pour une cheminée d'équilibre à étranglement associée au fonctionnement d'un orifice.

Dans une étude précédente [1], nous avons étudié les manœuvres rythmiques les plus dangereuses dans le cas d'une chambre d'équilibre déversante en négligeant l'influence des variations de la hauteur de chute dues aux oscillations du plan d'eau. Dans la présente Note, nous montrons comment il peut être tenu compte de cet élément, en supposant que l'installation considérée ne comporte pas de régulateur et que les manœuvres correspondent à l'ouverture d'une section déterminée et constante offerte au passage de l'eau.

Soient H et Q la charge au-dessus de l'orifice et le débit absorbé par les turbines à un instant quelconque. En régime permanent ces grandeurs deviennent H_0 et Q_0 et l'on a, avec les notations habituelles :

$$H = H_0 + P_0 + Z,$$

$$\frac{Q}{Q_0} = \frac{U}{U_0} = \sqrt{\frac{H_0 + P_0 + Z}{H_0}} \# 1 + \frac{Z + P_0}{2H_0} = 1 + \frac{z}{2h_0} + \frac{p_0}{2h_0} = u.$$

Les équations générales s'écrivent quand l'orifice est ouvert :

$$v\frac{dv}{dz} + \frac{1}{2\pi}\frac{du}{dt'} + z \pm p = 0, \qquad w = v + u, \qquad p = p_0 w^2$$

ou encore

$$(1)\qquad \begin{cases} v\dfrac{dv}{dz} + \dfrac{v}{2h_0} + z \pm p = 0, \\ w = v + u = v + 1 + \dfrac{z}{2h_0} + \dfrac{p_0}{2h_0}, \\ p = p_0 w^2 = p_0\left(v + 1 + \dfrac{z}{2h_0} + \dfrac{p_0}{2h_0}\right)^2. \end{cases}$$

Nous conservons les mêmes hypothèses et nous considérons la même succession de manœuvres que dans notre Note précédente.

1. A l'instant initial, le débit des turbines est nul et le déversement s'achève, w étant négatif, les équations s'écrivent

$$v\frac{dv}{dz} + z - p = 0 \qquad \text{ou} \qquad \frac{dv}{dz} = -\frac{z - p}{v},$$

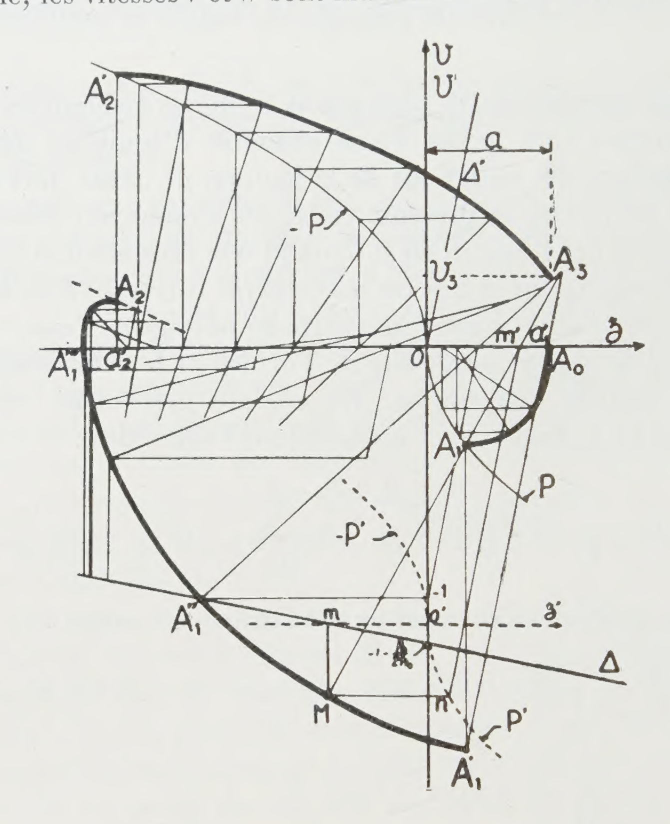
$$w = v, \qquad p = p_0 w^2 = p_0 v^2.$$

Dans cette phase, la construction demeure la même que précédemment puisque la hauteur de chute n'intervient pas, l'orifice étant fermé.

La courbe (z, v) part du point $A_0(a, 0)$ de l'axe Oz avec une tangente verticale, le centre de courbure étant à l'origine O des coordonnées et aboutit au point $A_1(z_1, v_1)$.

Les normales se construisent au moyen de la parabole P d'équation $z = p_0 v^2$.

En A_1, point d'intersection de la courbe (z, v) et de la parabole P, la tangente est horizontale, les vitesses v et w sont maxima en valeur absolue.



2. On ouvre en grand l'orifice et les équations sont celles du système (¹).

Le point de fonctionnement saute en A'_1 de coordonnées

$$z'_1 = z_1, \qquad v'_1 = v_1 - 1 - \frac{z'_1}{2h_0} - \frac{p_0}{2h_0},$$

où la normale est parallèle à la droite Δ' d'équation $v = 2h_0 z$.

Le rayon de courbure en A'_1 est

$$\rho'_1 = \frac{|v'_1|}{8h_0^3}[4h_0^2 + 1].$$

La construction de la normale en un point M de la courbe (z, v) au-delà de A'_1 utilise un calque sur lequel sont tracés les axes rectangulaires $v'O'z'$ et deux branches de parabole :

P' d'équation $z' = p_0 v'^2$;

— P' d'équation $z' = -p_0 v'^2$.

On trace sur le graphique la droite Δ d'équation

$$v = -1 - \frac{z}{2h_0} - \frac{p_0}{2h_0}.$$

Cette droite est normale à Δ' quand les systèmes d'axes zOv et $z'O'v'$ sont parallèles.

La normale Mm' en M s'obtient ainsi :

— on superpose le calque au graphique, les axes Ov et $O'v'$ étant confondus et l'axe $O'z'$ passant par l'intersection m de la droite Δ et de la verticale M;

— l'horizontale de M coupe alors P' en n et la parallèle à Δ' issue de n rencontre Oz au point m'.

La courbe (z, v) coupe la droite Δ au point A''_1 où w et p sont nuls.

Au-delà de A''_1, w est positif et l'équation des forces vives devient

$$v\frac{dv}{dz} + \frac{v}{2h_0} + z + p = 0.$$

La parabole utilisée sur le calque est maintenant — P' au lieu de P'.

La courbe (z, v) coupe l'axe des z au point A'''_1 où la tangente est verticale.

Elle s'élève, passe par un maximum de v et rencontre la parabole — P' en un point A_2 où la tangente est parallèle à Δ : en A_2, la vitesse w est maximum et la fermeture complète instantanée de l'orifice intervient.

3. Les équations deviennent

$$v\frac{dv}{dz} + z + p = 0 \qquad \text{ou} \qquad \frac{dv}{dz} = -\frac{z+p}{v},$$

$$w = v, \qquad p = p_0 w^2.$$

Le point de fonctionnement saute de $A_2(z_2, v_2)$ en A'_2 de coordonnées $z'_2 = z_2$, $v'_2 = v_2 + 1 + (z_2/2h_0) + (p_0/2h_0)$ où le centre de courbure est en a'_2, projection de A'_2 sur Oz.

La construction des normales à partir de la parabole —P d'équation $z = -p_0 v^2$ se poursuit comme il a été indiqué dans notre précédent travail jusqu'au point $A_3(a, v_3)$ correspondant à l'instant où le plan d'eau atteint le seuil déversant de cote a au-dessus du niveau statique en grandeur relative.

Le débit qui arrive à cet instant dans la cheminée d'équilibre est $Q_3 = v_3 Q_0$.

4. Comme nous l'avons montré dans nos travaux antérieurs [2], la durée θ du déversement et le volume total déversé Ω_d sont donnés, à partir de $Q_3 = fW_3 = v_3 Q_0$, par les formules

$$\theta = \frac{LW_0}{g\sqrt{AP_0}} \operatorname{arc\,tg} \frac{W_3}{W_0}\sqrt{\frac{P_0}{A}},$$

$$\Omega_d = \frac{W_0^2}{2g}\frac{Lf}{P_0}\operatorname{Log}\left[1 + \frac{P_0}{A}\frac{W_3^2}{W_0^2}\right].$$

(1) *Comptes rendus*, 247, 1958, p. 837.
(2) *Comptes rendus*, 235, 1952, p. 338.

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Microdosage du fluor applicable aux atmosphères et aux milieux biologiques.* Note (*) de MM. **René Fabre, René Truhaut** et **Jean Bernuchon.**

Dosage par le nitrate de thorium en présence de « SPADNS » comme indicateur. Application : 1° aux atmosphères industrielles, après captation à l'aide d'eau distillée, dans un appareil du type « impinger », suivie d'une distillation en présence de silice et d'acide sulfurique; 2° aux milieux biologiques après minéralisation.

Deux d'entre nous ont antérieurement établi, en collaboration avec Rouquette (1), une technique pour le microdosage du fluor dans les végétaux et souligné à cette occasion l'importance biologique d'une telle détermination. Poursuivant nos recherches, nous avons pu améliorer encore la sensibilité et la précision du dosage et surtout l'appliquer aux atmosphères industrielles et aux milieux biologiques les plus complexes.

1. Microdosage du fluor dans les atmosphères. — Il comporte les phases successives suivantes :

1° *Captation des composés fluorés.* — Dans le cas des poussières fluorées, cette captation peut être réalisée avec un rendement de l'ordre de 99 %, par passage à travers un filtre en papier (Whatman n° 40 de préférence), adapté à un appareil de prélèvement tel que l'appareil ARM (2).

Mais, lorsque, comme c'est presque toujours le cas pour les émanations fluorées industrielles, ces poussières sont accompagnées de vapeurs d'acide fluorhydrique ou d'acide hydrofluosilicique, ce procédé conduit à des erreurs par défaut. Il convient alors de faire appel au barbotage dans un appareil du type « Impinger » (3) renfermant 25 ml d'eau distillée pure ou légèrement alcalinisée par la soude. A condition d'employer une buse d'un diamètre convenable (ordre du millimètre) et de réaliser des aspirations énergiques, imprimant une grande vitesse (débit de l'ordre de 10 à 20 l/mn) à la veine gazeuse, le rendement de captation n'est jamais inférieur à 98 %.

2° *Séparation du fluor.* — Cette séparation est nécessaire du fait que divers ions, SO_4^{--} et PO_4^{---}, en particulier, gênent la réaction utilisée pour le dosage. Elle est réalisée par entraînement à la vapeur d'eau surchauffée, en milieu sulfurique et en présence de silice, dans les conditions antérieurement décrites (1).

Pour éviter cette opération, certains auteurs, et en particulier Nielsen et Dangerfield (4), recommandent l'adsorption de l'ion F^-, sur une résine

échangeuse d'anions, la Duolite A 41, avec élution subséquente par un volume relativement faible de solution de soude, d'abord 0,1 N, puis 0,01 N.

Les essais que nous avons effectués nous ont montré que, en présence de poussières fluorées relativement peu solubles dans l'eau, telles que celles de fluorure d'aluminium, une telle méthode n'était pas quantitative et, de plus, n'assurait pas la séparation des anions F^- et PO_4^{---}. C'est pourquoi nous préférons la méthode par distillation précédemment employée, comme beaucoup plus générale.

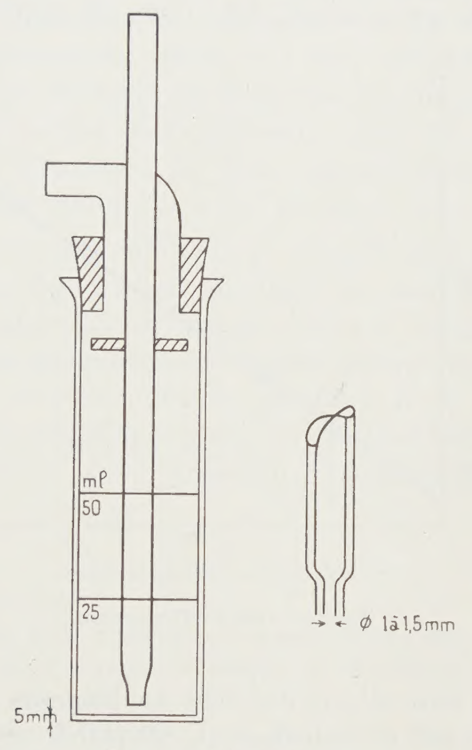


Fig. 1. — « Impinger ».

3° *Microdosage du fluor dans le distillat.* — Il est réalisé par titrimétrie avec le nitrate de thorium selon le principe classique de Willard et Winter ([5]) mais, comme indicateur de l'excès de thorium, nous avons, au lieu d'alizarinesulfonate de sodium, utilisé, à la suite de Banerjee ([6]), le SPADNS, composé résultant de la copulation du diazo de l'acide *p*-sulfanilique avec le sel de sodium de l'acide chromotropique (acide dihydroxy-1.8 naphtalènedisulfonique-3.6). Voici la technique suivie :

Une partie aliquote du distillat, variable selon la concentration en F^-, est introduite dans une capsule de porcelaine *d'un blanc très pur* (contenance : environ 100 ml) et additionnée, après neutralisation par HONa N/10, de 1 ml de solution aqueuse de SPADNS à 0,02 g pour 100 ml et de 1 ml

d'une solution tampon (pH 3,1) *fraîchement préparée* en mélangeant dans l'ordre :

Acétate de sodium M	100 ml
Eau distillée	303
Acide chlorhydrique N	97

Après avoir complété à 50 ml avec de l'eau distillée, on ajoute, goutte à goutte, avec une microburette graduée au 1/100e de millilitre en agitant mécaniquement, une solution 0,004 M de nitrate de thorium $(NO_3)_4\,ThL, 4\,OH_2$, jusqu'à virage du rouge au violet. Le virage est apprécié par comparaison

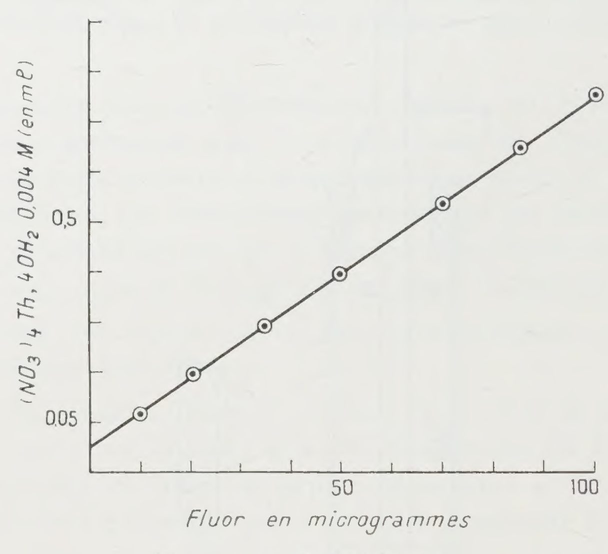


Fig. 2. — Courbe d'étalonnage.

avec un témoin à base d'eau distillée, renfermant pour 50 ml, 1 ml de solution tampon, 1 ml de solution de SPADNS et 0,05 ml de solution à 0,004 M de nitrate de thorium, témoin dans lequel se trouve réalisée la teinte sensible permettant un microdosage plus précis que par emploi de l'alizarinesulfonate de sodium. Un expérimentateur entraîné peut, en effet, apprécier le virage à 0,01 ml près de nitrate de thorium 0,004 M, ce qui correspond à une précision de 1 à 3 ‰ pour une sensibilité de l'ordre du microgramme.

Nous donnons ci-jointe, à titre d'exemple, une courbe d'étalonnage obtenue avec des quantités de fluor comprises entre 0 et 100 μg.

Pratiquement, pour le dosage dans les atmosphères industrielles, il suffit de prélever 30 à 50 l d'air. Les maximums de concentration tolérables généralement admis étant, dans le cas de l'acide fluorhydrique, 3 ml/m³ soit, à la température de 20°, sensiblement 2,5 mg/m³ et, dans le cas des fluorures, 2,5 mg/m³, la méthode possède une sensibilité plus que suffi-

sante pour les besoins de l'hygiène industrielle; elle est par ailleurs plus précise que les méthodes antérieurement publiées que nous avons essayées, et en particulier que celle de Harrold et Hurlburt (7).

Un point important de la technique consiste à n'utiliser pour le titrage que des capsules préalablement soumises à un nettoyage rigoureux au moyen d'une pâte à base de silice pure et d'eau, de manière à conserver au virage toute sa sensibilité.

2. Microdosage dans les milieux biologiques. — Il comporte, en premier lieu, la minéralisation indispensable du fluor, obtenue dans les conditions antérieurement fixées (1) par calcination vers 500° en présence d'un mélange d'oxyde et d'acétate de magnésium, le taux de fluor de ces deux substances étant déterminé dans un essai à blanc. Il est ensuite procédé à la séparation du fluor par distillation et à son microdosage dans le distillat comme il a été dit plus haut.

Nous avons appliqué cette méthode au microdosage du fluor dans l'eau, dans les boissons alcooliques ainsi que dans les matériaux biologiques les plus divers, en particulier dans les os, les dents, le sang, l'urine, le lait, etc. Nous nous en sommes également servi pour suivre l'imprégnation fluorée chez les Insectes, et en particulier les Abeilles. Il est possible, en particulier, dans ce dernier cas, d'opérer sur un matériel très minime (quelques Insectes), et d'apprécier avec précision l'importance de cette imprégnation (8).

(*) Séance du 19 janvier 1959.

(1) R. Fabre, R. Truhaut et A. Rouquette, *Comptes rendus*, 240, 1955, p. 226.

(2) A. Vallaud, *C. R. du 3e Congrès technique de Sécurité et d'Hygiène du Travail*, Avignon, octobre 1952, p. 284-290.

(3) A. Avy, J. Bernuchon et F. Cartier, *Arch. Mal. Prof.*, 14, 1953, p. 469-478.

(4) J. P. Nielsen et B. S. Dangerfield, *Arch. Ind. Health*, 2, 1955, p. 61-65.

(5) H. H. Willard et O. B. Winter, *Ind. Eng. Chem.* (Anal. Ed.), 5, 1933, p. 7.

(6) G. Banerjee, *Analyt. Chim. Acta*, 13, 1955, p. 409-414 et *Z. Anal. Chem.*, 146, 1955, p. 417-422.

(7) G. C. Harrold et R. V. Hurlburt, *Anal. Chem.*, 21, 1949, p. 1504.

(8) J. Guilhon, R. Truhaut et J. Bernuchon, *Comptes rendus*, 247, 1958, p. 360.

(*Laboratoire de Toxicologie et d'Hygiène industrielle, Faculté de Pharmacie, Paris.*)

M. **Jacques Tréfouël** présente le rapport de M. Pierre Brygoo, sur la *Conférence internationale sur l'information scientifique*, qui a eu lieu à Washington du 16 au 21 novembre 1958 et à laquelle l'Académie l'avait délégué.

M. **Maurice Roy** fait hommage des deux fascicules suivants : 1° *Théorie thermodynamique condensée de l'élasticité linéaire;* 2° *Luftfahrtforschung in Frankreich und ihre Perspektiven im Rhamen Europas.*

M. **André Cournand** adresse en hommage une série de tirages à part de ses travaux et un Ouvrage intitulé : *L'insuffisance cardiaque chronique, Études physiopathologiques,* écrit en collaboration avec MM. Jean Lequime et Paul Regniers.

CORRESPONDANCE.

M. **Robert Ph. Dollfus** prie l'Académie de bien vouloir le compter au nombre des candidats à la place vacante, dans la Section de Zoologie, par la mort de M. **Maurice Caullery**.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° United states atomic energy commission. Technical information service extension, Oak Ridge. *Nuclear Science Abstracts. Subject and author indexes,* volumes 5-10, 1951-1956;

2° *Ciba Foundation Symposium on Medical biology and Etruscan origins.*

THÉORIE DES GROUPES. — *Structure des groupes libres.*

Note (*) de Mlle **Sophie Piccard**, présentée par M. Paul Montel.

Soit G un groupe libre engendré par un ensemble infini A, de puissance $\mathfrak{m}$, d'éléments générateurs libres. Quel que soit l'élément b de G, il existe une composition finie réduite unique d'éléments de A qui représente b. Soit $A^\star = \{a_1, a_2, \ldots, a_k\}$ le sous-ensemble fini de A comprenant tous les éléments de A qui figurent dans l'expression de b. L'élément b a un degré fixe u_{a_i} par rapport à tout élément a_i, $i = 1, 2, \ldots, k$. Nous dirons que b est de degré $u_a = 0$ par rapport à tout élément a de l'ensemble $A - A^\star$. Soit n un entier ≥ 2. Nous allons répartir les éléments de G en classes de la façon suivante. Soit c un élément quelconque de G, a un élément de A et u_a le degré de c par rapport à a. Soit λ_a le nombre de la suite $0, 1, \ldots, n-1$ qui satisfait la congruence $u_a \equiv \lambda_a \pmod{n}$. Nous dirons que c fait partie de la classe $M^{(n)}\begin{pmatrix} a \\ \lambda_a \end{pmatrix}_{a \in A}$. Il

existe pour toute classe $M^{(n)}\binom{a}{\lambda_a}_{a\in A}$ ainsi définie un sous-ensemble fini ou vide $A^{\star}=\{a_1, a_2, \ldots, a_k\}$ de A, tel que $\lambda_a\neq 0$ si $a\in A^{\star}$ et que $\lambda_a=0$, si $a\in A-A^{\star}$. Quel que soit l'ensemble $\{\lambda_a\}_{a\in A}$ de nombres λ_a de la suite $0, 1, \ldots, n-1$, dont un nombre au plus fini sont $\neq 0$, la classe $M^{(n)}\binom{a}{\lambda_a}_{a\in A}$ contient une infinité d'éléments de G et elle contient avec tout élément c de G la classe entière des éléments de G conjugués à c. Le groupe G est la réunion des classes $M^{(n)}\binom{a}{\lambda_a}_{a\in A}$ qui sont disjointes deux à deux et qui sont toutes d'égale puissance. Appelons produit de deux classes $M^{(n)}\binom{a}{\lambda_a}_{a\in A}$ et $M^{(n)}\binom{a}{\mu_a}_{a\in A}$ l'ensemble des éléments de G qui peuvent se mettre sous la forme d'un produit bc, où $b\in M^{(n)}\binom{a}{\lambda_a}_{a\in A}$ et $c\in M^{(n)}\binom{a}{\mu_a}_{a\in A}$. On a

$$M^{(n)}\binom{a}{\lambda_a}_{a\in A}M^{(n)}\binom{a}{\mu_a}_{a\in A}=M^{(n)}\binom{a}{\nu_a}_{a\in A},$$

où $\nu_a\equiv\lambda_a+\mu_a \pmod n$ quel que soit $a\in A$. Avec cette loi de composition, les classes $M^{(n)}\binom{a}{\lambda_a}_{a\in A}$ forment un groupe abélien $\Gamma^{(n)}$ associé au groupe libre G. L'élément neutre de $\Gamma^{(n)}$ est la classe nulle $M^{(n)}\binom{a}{0}_{a\in A}$ et l'inverse d'une classe $M^{(n)}\binom{a}{\lambda_a}_{a\in A}$ est la classe $M^{(n)}\binom{a}{n-\lambda_a}_{a\in A}$. Quel que soit l'entier $n\geqq 2$, le groupe $\Gamma^{(n)}$ est un ensemble de même puissance que A. Quel que soit le sous-groupe γ du groupe $\Gamma^{(n)}$, la réunion des classes $M^{(n)}\binom{a}{\lambda_a}_{a\in A}$ qui constituent les éléments de γ est un sous-groupe invariant de G. Quel que soit l'entier $n\geqq 2$, la classe nulle $M^{(n)}\binom{a}{0}_{a\in A}$ est un sous-groupe invariant de G. L'ordre d'une classe $M^{(n)}\binom{a}{\lambda_a}_{a\in A}$ considérée comme élément du groupe $\Gamma^{(n)}$ est égal à n/d, où d est le p. g. c. d. de n et de tous les nombres λ_a (dont un nombre au plus fini sont $\neq 0$). Tout système irréductible d'éléments générateurs du groupe $\Gamma^{(n)}$ a la même puissance que le groupe $\Gamma^{(n)}$. L'ensemble des classes $M^{(n)}\binom{a}{\lambda_a}_{a\in A}$ dont chacune contient un élément (et un seul) de la base A est un système irréductible d'éléments générateurs du groupe $\Gamma^{(n)}$. Quel que soit l'ensemble B d'éléments libres générateurs de G, l'ensemble des classes $M^{(n)}\binom{a}{\lambda_a}_{a\in A}$ qui comprennent des éléments de B est générateur du groupe $\Gamma^{(n)}$. Quel que soit l'entier $n\geqq 2$, les classes $M^{(n)}\binom{a}{\lambda_a}_{a\in A}$ ont un caractère intrinsèque : elles sont indépendantes de la base A qui sert à les déterminer et dépendent uniquement de n et de la structure du groupe G.

Aucun élément d'une classe nulle $M^{(n)}\begin{pmatrix} a \\ 0 \end{pmatrix}_{a\in A}$ n'est libre, il ne fait partie d'aucune base de G.

Si un groupe libre G est engendré par un ensemble A d'éléments générateurs libres, quel que soit le sous-ensemble $A^\star$ de A qui engendre un groupe libre $G^\star$, tout élément libre de $G^\star$ est aussi un élément libre de G. Si A est fini, tout élément libre de G qui appartient à $G^\star$ est aussi un élément libre de $G^\star$. Il s'ensuit que pour savoir si un élément c d'un groupe libre G engendré par un ensemble A (fini ou infini) d'éléments générateurs est libre ou non, il suffit d'envisager le groupe libre $G^\star$ engendré par le sous-ensemble fini $A^\star$ de A comprenant tous les éléments de A qui figurent dans la composition finie réduite d'éléments de A qui représente c. Si c est libre dans $G^\star$ il est aussi libre dans G. Quels que soient les deux éléments a_1 et a_2 de A et quel que soit l'entier m, si $\varepsilon_i = \pm 1$, $i = 1, 2, 3$ les éléments $a_1^{\varepsilon_1} a_2^{\varepsilon_2}$ et $(a_1^{\varepsilon_1} a_2^{\varepsilon_2})^m a_1^{\varepsilon_1}$ de G sont libres, alors que $(a_1^{\varepsilon_1} a_2^{\varepsilon_2})^m$ n'est pas libre si $m > 1$. Quel que soit le sous-ensemble fini $A^\star = \{a_1, a_2, \ldots, a_k\}$ de A et quels que soient les entiers $n_1, n_2, \ldots, n_k$ dont l'un au moins est égal à $+1$ ou à -1, l'élément $c = a_1^{n_1} a_2^{n_2} \ldots a_k^{n_k}$ est libre, alors que si aucun des nombres $n_1, n_2, \ldots, n_k$ ne prend l'une des valeurs $+1$ ou -1, l'élément c n'est pas libre. Toute classe $M^{(n)}\begin{pmatrix} a \\ \lambda_a \end{pmatrix}_{a\in A}$ où l'un au moins des nombres λ_a est égal à 1 contient une infinité d'éléments libres. Une classe $M^{(n)}\begin{pmatrix} a \\ \lambda_a \end{pmatrix}_{a\in A}$ ne contient aucun élément libre si le p. g. c. d. de n et de tous les nombres λ_a est > 1. Quel que soit le groupe libre G engendré par un ensemble A (fini ou infini) d'éléments libres et quel que soit l'entier $n \geq 2$, toute classe $M^{(n)}\begin{pmatrix} a \\ \lambda_a \end{pmatrix}_{a\in A}$ contient des éléments non libres. Soit $\mathfrak{M}$ un ensemble irréductible de classes $M^{(n)}\begin{pmatrix} a \\ \lambda_a \end{pmatrix}_{a\in A}$, générateur du groupe abélien $\Gamma^{(n)}$ associé au groupe libre G. Choisissons un élément et un seul dans chaque classe de $\mathfrak{M}$ et soit $A^\star$ l'ensemble des éléments ainsi choisis. Toute base de G peut être obtenue de cette façon, mais l'ensemble $A^\star$ n'est pas forcément générateur de G. Il suffit que $A^\star$ contienne un élément non libre de G pour qu'il engendre un sous-groupe propre de G. Si $n = 2$, toute classe non nulle $M^{(n)}\begin{pmatrix} a \\ \lambda_a \end{pmatrix}_{a\in A}$ d'éléments d'un groupe libre G engendré par un ensemble A (fini ou infini) d'éléments générateurs libres contient aussi bien des éléments libres que des éléments non libres. Si le p. g. c. d. des exposants d'un élément c de G par rapport aux différents éléments de A qui figurent dans la composition finie réduite d'élément de A qui le représente est > 1, c n'est pas libre. Tout groupe libre engendré par un ensemble infini A d'éléments générateurs libres possède une infinité indénombrable de sous-groupes invariants. Si n est un nombre composé > 2, il existe une infinité de classes $M^{(n)}\begin{pmatrix} a \\ \lambda_a \end{pmatrix}_{a\in A}$ qui sont dépourvues

d'éléments libres de G. Quel que soit le sous-groupe g d'un groupe libre G, de base A, et quel que soit l'entier $n \geqq 2$, l'ensemble des classes $\mathrm{M}^{(n)}\binom{a}{\lambda_a}_{a\in A}$ qui contiennent des éléments de g est un sous-groupe du groupe abélien $\Gamma^{(n)}$ associé à G. La réunion des classes nulles $\mathrm{M}^{(n)}\binom{a}{0}_{a\in A'}$ $n=2, 3, \ldots$ est un ensemble générateur du groupe G. Aucune classe $\mathrm{M}^{(n)}\binom{a}{\lambda_a}_{a\in A}$ ne saurait contenir plus d'un élément d'une même base de G. Quel que soit le sous-groupe g du groupe libre G de base A et quelles que soient les classes $\mathrm{M}^{(n)}\binom{a}{\lambda_a}_{a\in A}$ et $\mathrm{M}^{(n)}\binom{a}{\mu_a}_{a\in A}$ qui contiennent des éléments de g, les deux ensembles $\mathrm{M}^{(n)}\binom{a}{\lambda_a}_{a\in A}\cap g$ et $\mathrm{M}^{(n)}\binom{a}{\mu_a}_{a\in A}\cap g$ sont d'égale puissance. Un groupe libre G engendré par un ensemble A de puissance $\mathfrak{m}$ d'éléments libres possède une infinité de puissance $>\mathfrak{m}$ de sous-groupes qui ne sont ni invariants ni maxima, l'ensemble des automorphismes extérieurs de G est de puissance $>\mathfrak{m}$ et il existe un ensemble de puissance $>\mathfrak{m}$ de sous-ensembles propres de G qui sont isomorphes à G. D'autre part, G possède un ensemble de puissance $>\mathfrak{m}$ de sous-groupes invariants.

(*) Séance du 5 janvier 1959.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la transformation de Fourier des distributions généralisées.* Note (*) de M. **Charles Roumieu**, transmise par M. Jacques Hadamard.

Cette Note complète celle du 27 janvier 1958 ([1]). On y étudie la transformation de Fourier de certaines classes de distributions généralisées construites par dualité sur des classes de fonctions analytiques. Le théorème sur le support du produit de convolution ne s'étend pas à ces nouvelles distributions généralisées.

1. Soient $\{M_p\}$, $\{N_p\}$ deux suites positives logarithmiquement convexes vérifiant

$$\varliminf_{p\to\infty}\frac{1}{p}\,\frac{M_p}{M_{p-1}}>0;\qquad \varliminf_{p\to\infty}\frac{1}{p}\,\frac{N_p}{N_{p-1}}>0.$$

On désignera par $\mathfrak{M}$ l'ensemble des suites $\{M_p\}$ logarithmiquement convexes vérifiant $\sum_{p=1}^{\infty}(M_p)^{-(1/p)}<+\infty$.

$\mathcal{S}(\{M_p\}, \{N_p\})$ désigne l'espace vectoriel des fonctions indéfiniment déri-

vables sur la droite vérifiant

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |x^q f^{(p)}(x)|^2\, dx \leq A h^{2p} k^{2q} (M_p)^2 (N_q)^2$$

$$(p = 0, 1, 2, \ldots;\ q = 0, 1, 2, \ldots) \qquad \text{pour un A, un } h, \text{ un } k.$$

En particulier $\mathcal{S}(\{p!\}, \{N_p\})$ est un espace de fonctions analytiques. $\mathcal{S}'(\{M_p\}, \{N_p\})$ est le dual de $\mathcal{S}(\{M_p\}, \{N_p\})$. Si $\{M_p\} \in \mathfrak{M}$, on a $\mathcal{S}'(\{M_p\}, \{N_p\}) \subset \mathcal{D}'(\{M_p\})$. On établit pour les $\mathcal{S}'(\{M_p\}, \{N_p\})$ des théorèmes analogues à ceux relatifs aux espaces $L'^2(\{M_p\}, \{N_p\})$ (²).

La transformation de Fourier habituelle est un isomorphisme entre $\mathcal{S}(\{M_p\}, \{N_p\})$ et $\mathcal{S}(\{N_p\}, \{M_p\})$; par la formule de Parseval, on définit la transformation de Fourier dans $\mathcal{S}'(\{M_p\}, \{N_p\})$; c'est un isomorphisme entre $\mathcal{S}'(\{M_p\}, \{N_p\})$ et $\mathcal{S}'(\{N_p\}, \{M_p\})$.

2. $\Omega(\{M_p\}), \{N_p\})$ est l'espace vectoriel des fonctions indéfiniment dérivables définies sur la droite vérifiant

$$|f^{(p)}(x)| \leq A h^p M_p \exp\left[\overline{N}\left(\frac{|x|}{k}\right)\right] \qquad (p = 0, 1, 2, \ldots) \qquad \text{pour tout } k, \text{ un A, un } h;$$

$$\overline{N}(r) = \sup_{p \geq 0}\left(p \operatorname{Log} r - \operatorname{Log}\frac{N_p}{N_0}\right).$$

$\Omega'_1(\{M_p\}, \{N_p\})$ est l'espace vectoriel des transformées de Fourier des fonctions de $\Omega(\{M_p\}, \{N_p\})$.

On pose $Q_p = \inf_{r \leq p} N_r N'_{p-r}$; on peut définir :

le produit multiplicatif $\varphi f(x)$: Si $\varphi \in \mathcal{S}'(\{M_p\}, \{N_p\})$ et $f(x) \in \Omega(\{M_p\}, \{N'_p\})$ alors $\varphi f(x) \in \mathcal{S}'(\{M_p\}, \{Q_p\})$;

le produit de convolution $\varphi \star \psi$: Si $\varphi \in \mathcal{S}'(\{N_p\}, \{M_p\})$ et $\psi \in \Omega'_1(\{N'_p\}, \{M_p\})$ alors $\varphi \star \psi \in \mathcal{S}'(\{Q_p\}, \{M_p\})$.

3. Application à l'étude de la structure des distributions généralisées.

THÉORÈME 1. — *Soient* $\{M_p\} \in \mathfrak{M}$ *et* $\{M'_p\} \in \mathfrak{M}$. *Toute* $\varphi \in \mathcal{D}'(\{M_p\})$ *nulle pour* $x < 0$ *est de la forme*

$$\varphi = \gamma \star f(x), \qquad f(x) \in \mathcal{E}(\{M'_p\}); \qquad f(x) = 0 \quad \textit{pour} \quad x < 0;$$

$$\gamma \in \bigcup_{\{R_p\} \in \mathfrak{M}} \mathcal{E}'(\{R_p\}) \quad \textit{et de support origine.}$$

THÉORÈME 2. — *Soient* $\{M_p\}$ *et* $\{M'_p\}$ *deux suites logarithmiquement convexes vérifiant*

$$\lim_{p \to \infty} \frac{1}{p} \frac{M_p}{M_{p-1}} = +\infty; \qquad \lim_{p \to \infty} \frac{1}{p} \frac{M'_p}{M'_{p-1}} = +\infty.$$

Toute $\varphi \in \mathcal{S}'(\{M_p\}, \{N_p\})$ [*resp.* $\varphi \in \Omega'_1(\{M_p\}, \{N_p\})$] *est de la forme*

$$\varphi = \gamma \star f(x); \qquad f(x) \in \Omega(\{M'_p\}, \{N_p\}) \qquad [\text{resp. } f(x) \in \mathcal{S}(\{M'_p\}, \{N_p\})],$$

γ, *distribution généralisée de support origine.*

Théorème 3. — *Soit* $\{M_p\} \in \mathfrak{M}$ *vérifiant*

$$\sum_{p=1}^{\infty} \frac{M_{p-1}}{M_p} \operatorname{Log} \frac{M_p}{M_{p-1}} < +\infty.$$

Alors, toute $\varphi \in \mathcal{E}'(\{M_p\})$ *est égale à une série* $\sum_{p=0}^{\infty} D^p \mu_p$ *convergente dans* $\mathcal{E}'(\{M_p\})$, *les* μ_p *étant des mesures de supports contenus dans le segment-support de* φ.

Théorème 4. — *Soit* $\{M_p\}$ *logarithmiquement convexe vérifiant* $(1/p)(M_p/M_{p-1})$ *non décroissante :*

$$\lim_{p \to \infty} \frac{1}{p} \frac{M_p}{M_{p-1}} = +\infty; \qquad \sum_{p=1}^{\infty} (M_p)^{-\frac{1}{p}} = +\infty.$$

$\mathcal{S}'(\{M_p\}, \{N_p\})$ *contient deux distributions généralisées* φ, ψ, *à supports compacts non ponctuels dont le produit de convolution* $\varphi \star \psi$ *a un support ponctuel.*

Le théorème 4 est à rapprocher du résultat suivant de M. Rubel ([3]) : Il existe deux fonctions entières $f(z)$, $g(z)$ de type exponentiel, paires, de type exponentiel nul sur l'axe réel, telles que type $(fg) <$ type $f +$ type g. M. J. P. Kahane ([3]) a établi qu'il existe une infinité de fonctions entières de type exponentiel 1, de type exponentiel nul sur l'axe réel, telles que tout produit fini formé avec ces fonctions est de type exponentiel 1.

(*) Séance du 12 janvier 1959.

(1) C. Roumieu, *Comptes rendus*, **246**, 1958, p. 678.

(2) *Comptes rendus*, **248**, 1959, p. 346.

(3) Travail non publié.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Formation d'une classe de fonctions pseudo-aléatoires.* Note de M. **Jean-Paul Bertrandias**, présentée par M. Georges Darmois.

Conformément à une terminologie employée antérieurement ([1]), j'appellerai fonction pseudo-aléatoire toute fonction $u(t)$ complexe, bornée, nulle pour $t < 0$, satisfaisant aux conditions suivantes :

a. $\lim_{T \to \infty} (1/T) \int_0^T u(t)\, dt = 0$;

b. la fonction de corrélation $\gamma(h) = \lim_{T \to \infty} (1/T) \int_0^1 \overline{u(t)}\, u(t+h)\, dt$ existe, est continue, et $\gamma(0) = 0$, $\gamma(\infty) = 0$.

Je me propose dans cette Note de construire une classe de fonctions pseudo-aléatoires généralisant celles qui ont été étudiées dans des Notes précédentes ([1]), ([2]), ([3]). Pour cela, je démontrerai le théorème suivant :

Théorème. — *Soit* $\psi(t)$ *un polynome de degré* $\nu \geq 2$ *dont le terme en* t^ν *a un*

coefficient irrationnel A. Soit $\varphi(n)$ une fonction de l'entier n telle que la suite des points de coordonnées $\varphi(n+q)-\varphi(n)$, $\psi(n)$, $\psi(n+1)$, ..., $\psi(n+p)$ soit uniformément répartie modulo 1 dans l'hypercube $\mathcal{C}_{p+2}$ quel que soit q pour tout $p \leqq \nu - 1$. Soit $r(z)$ une fonction non négative, bornée, intégrable au sens de Riemann dans l'intervalle $(0, 1)$. On considère la fonction définie pour $t \geqq 0$ par

$$f(t) = e^{2i\pi\varphi_n}$$

dans l'intervalle Δ_n : $t_{n-1} \leqq t < t_n$ avec $t_n - t_{n-1} = r(x_n)$, où $x = \underset{\smile}{\psi(n)}$ [partie fractionnaire de $\psi(n)$]. Dans ces conditions, $f(t)$ est une fonction pseudo-aléatoire.

La démonstration s'appuie sur le calcul de la fonction de corrélation $\gamma(h)$.

Soit A_p^T l'ensemble des points t tels que $t \leqq T$ et que $t+h$ soit dans le $p^{\text{ième}}$ intervalle suivant celui de t :

$$\gamma(h) = \lim_{T\to\infty}(I_0 + I_1 + \ldots + I_p + \ldots), \tag{1}$$

avec

$$I_p = \frac{1}{T}\int_{A_p^T} \overline{f(t)}\,f(t+h)\,dt \tag{2}$$

En recouvrant tous les intervalles A_p^T pour $p \geqq p_0$ par des intervalles de longueur h ayant même origine que les intervalles A_p^T et n'ayant pas entre eux plus d'un point commun, on démontre que

$$\lim_{T\to\infty}(I_{p_0} + I_{p_0+1} + \ldots) < \frac{K}{p_0}, \tag{3}$$

où K est une constante indépendante de p_0.

Si Δ_N est l'intervalle contenant T et si p est différent de zéro, l'expression I_p peut s'écrire :

$$I_p = \frac{N}{T}\frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N} e^{2i\pi[\varphi(n+p)-\varphi(n)]}\,\mu\left[\underset{\smile}{\psi(n)}, \underset{\smile}{\psi(n+1)}, \ldots, \underset{\smile}{\psi(n+p)}\right],$$

où $\mu\left[\underset{\smile}{\psi(n)}, \ldots, \underset{\smile}{\psi(n+p)}\right]$ est nul si h n'est pas compris entre $\sigma_p = \sum_{k=n+1}^{n+p-1} r\left[\underset{\smile}{\psi(k)}\right]$ et $\sigma'_p = \sum_{k=n}^{n+p} r\left[\underset{\smile}{\psi(k)}\right]$, et est égal au minimum des quatre quantités $r\left[\underset{\smile}{\psi(n)}\right]$, $r\left[\underset{\smile}{\psi(n+p)}\right]$, $h-\sigma_p$, $\sigma'_p - h$ dans le cas contraire.

La suite des coordonnées $\psi(n)$, $\psi(n+1)$, ..., $\psi(n+\nu-1)$ est uniformément répartie modulo 1 dans l'hypercube C_ν car toute combinaison linéaire à coefficients entiers de $\psi(n)$, ..., $\psi(n+\nu-1)$ est un polynome de degré $\nu' \geqq 1$ dont le terme $t^{\nu'}$ a un coefficient irrationnel.

D'autre part, pour tout $q \geq \nu$

(4) $$\underset{\smile}{\psi(n+q)} = \lambda^q \underset{\smile}{A} + \sum_{k=0}^{\nu-1} \lambda_k^q \underset{\smile}{\psi(n+k)},$$

où λ^q et les λ_k^q sont des entiers.

Donc quel que soit p, μ est une fonction intégrable au sens de Riemann dans l'hypercube $\mathcal{C}_\nu$. En employant un théorème classique de H. Weyl [4] on montre alors facilement que T/N tend vers $R = \int_0^1 r(\psi)\,d\psi$ et que pour tout p différent de zéro :

(5) $$\lim I_p = 0.$$

De (3) et (5) on déduit

$$\gamma(h) = \lim_{T \to \infty} I_0 = \lim_{T \to \infty} \frac{N}{T} \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N} \mu[\underset{\smile}{\psi(n)}]$$

où $\mu[\underset{\smile}{\psi(n)}]$ est égal à zéro si $r[\underset{\smile}{\psi(n)}] \leq h$, et à $r[\underset{\smile}{\psi(n)}] - h$ dans le cas contraire. $\mu(\underset{\smile}{\psi})$ est une fonction intégrable au sens de Riemann et le théorème de Weyl donne

$$\gamma(h) = \frac{1}{R} \int_0^1 \mu(\psi)\,d\psi = \frac{1}{R} \int_{r(\psi - h) > 0} [r(\psi) - h]\,d\psi.$$

On vérifie que $\gamma(h)$ satisfait à la condition b énoncée au début. De plus comme $\gamma(h) \equiv 0$ à partir d'une valeur finie de h, la valeur moyenne de $\gamma(h)$ est nulle et d'après [3] $\lim_{T \to \infty} (1/T) \int_0^1 f(t)\,dt = 0$. La fonction $f(t)$ est donc bien pseudo-aléatoire.

(1) J. Bass et P. Krée, *Comptes rendus*, 247, 1958, p. 1083.
(2) J. Bass, *Comptes rendus*, 245, 1957, p. 1217; 247, 1958, p. 1163.
(3) J. Bass et J. P. Bertrandias, *Comptes rendus*, 245, 1957, p. 2457.
(4) *Math. Ann.*, 77, 1916, p. 313.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur une généralisation des procédés de sommation de Hausdorff et la solution d'un problème de moments* (1). Note (*) de M. **Kurt Endl**, présentée par M. Paul Montel.

On donne pour une nouvelle classe de procédés de sommation du type de Hausdorff un critère de régularité et l'analogue d'un théorème de Hausdorff pour un problème de moments plus général.

Parmi les classes diverses de procédés de sommation la classe de Hausdorff jouit de deux propriétés importantes : Deux procédés sont toujours commu-

tatifs et, s'ils sont encore réguliers, compatibles. Ces deux propriétés résultent, comme on sait, essentiellement de la possibilité, de représenter la matrice H de chaque procédé de Hausdorff sous la forme $H = \delta\mu\delta$ ou $\delta = ((-1)^n\binom{m}{n})$ et μ est une matrice dont les éléments (réels) sont égaux à o en dehors de la diagonale principale; par conséquent tout procédé de Hausdorff est donné par une suite (μ_n) de nombres réels, la suite des éléments dans la diagonale de μ. La question de savoir quelles suites (μ_n) donnent lieu à un procédé régulier a été résolue par Hausdorff lui-même [2] :

Théorème de Hausdorff. — Pour que $H(\mu) = \delta\mu\delta$ soit régulier, il faut et il suffit que μ_n soit une suite régulière de moments, c'est-à-dire qu'il existe une fonction ψ à variation bornée telle que $\mu_n = \int_0^1 x^n\, d\psi\ (n = 0, 1, 2, \ldots)$ avec $\psi(+0) = \psi(0) = 0$ et $\psi(1) = 1$.

La démonstration, par l'intermédiaire du théorème de Tœplitz, est basée sur le théorème (de Hausdorff) suivant :

Théorème. — *Pour qu'une suite (μ_n) satisfasse à la condition*

$$\sum_{n=0}^{m} \binom{m}{n} |\Delta^{m-n}\mu_n| < K \qquad (m = 0, 1, 2, \ldots),$$

il faut et il suffit, qu'il existe une fonction ψ à variation bornée telle que

$$\mu_n = \int_0^1 x^n\, d\psi \qquad (n = 0, 1, 2, \ldots).$$

Il y a plusieurs possibilités de généraliser ces procédés de Hausdorff [3]. Ici nous considérons une matrice $\delta^{(\alpha)}$ qui jouera le rôle de la matrice δ :

$$\delta^{(\alpha)} = \left((-1)^n \binom{m+\alpha}{m-n}\right) \qquad (\alpha \geq 0)$$

et formons, avec une matrice diagonale $\mu = (\mu)_n$ les produits $H^{(\alpha)}(\mu) = \delta^{(\alpha)}\mu\,\delta^{(\alpha)}$. On obtient de cette façon, comme dans le cas précédent de Hausdorff, pour tout α une nouvelle classe de procédés de sommation, c'est-à-dire, si l'on fait parcourir à α les nombres réels ≥ 0, une famille non dénombrable de classes de procédés, dont la classe de Hausdorff se présente comme cas particulier $(\alpha = 0)$.

Le problème de régularité d'un tel procédé $H^{(\alpha)}(\mu)$ conduit à une nouvelle forme du problème des moments : il se pose la question de caractériser les suites (μ_n) satisfaisant à

$$(1) \qquad \sum_{n=0}^{m} \binom{m+\alpha}{m-n} |\Delta^{m-n}\mu_n| < K \qquad (m = 0, 1, 2, \ldots).$$

On voit immédiatement qu'une suite (μ_n) satisfaisant à (1) est une suite de moments $\mu_n = \int_0^1 x^n \, d\psi \, (n = 0, 1, 2, \ldots)$. Mais la réciproque n'est pas vraie pour $\alpha > 0$. La classe de suites (μ_n) caractérisées par (1) est une sous-classe de la classe des suites de moments. Cette sous-classe est donnée par le

Théorème 1. — *Pour qu'une suite (μ_n) satisfasse à la condition (1) il faut et il suffit qu'il existe une fonction χ à variation bornée telle qu'on ait*

$$\mu_n = \int_0^1 x^{n+\alpha} \, d\chi \qquad (n = 0, 1, 2, \ldots).$$

Cette représentation spéciale permet de discuter les autres conditions du théorème de Tœplitz. Comme les éléments $h_{mn}^{(\alpha)}$ de la matrice $H^{(\alpha)}(\mu)$ sont donnés par $h_{mn}^{(\alpha)} = \binom{m+\alpha}{m-n} \Delta^{m-n} \mu_n$ la condition

$$\lim_{m \to \infty} \sum_{n=0}^{m} \binom{m+\alpha}{m-n} \Delta^{m-n} \mu_n = 1 \tag{2}$$

donne [en supposant (1)] : $\chi(1) - \chi(+0) = 1$. La troisième condition de Tœplitz

$$\binom{m+\alpha}{m-n} \Delta^{m-n} \mu_n \to 0 \qquad (n \text{ fixé}, \ n = 0, 1, 2, 3, \ldots, m \to \infty) \tag{3}$$

résulte pour $\alpha > 0$ déjà de (1), tandis que, dans le cas de Hausdorff $\alpha = 0$, la condition (1) entraîne (3) seulement pour $n \geq 1$ mais ne permet pas de conclure que $\lim_{m \to \infty} \binom{m}{0} \Delta^m \mu_0 = 0$. En s'appuyant sur ces résultats on peut énoncer le

Critère de régularité : Pour qu'un procédé $H^{(\alpha)}(\mu) = \delta^{(\alpha)} \mu \, \delta^{(\alpha)}$ soit régulier il faut et il suffit, que $\mu_n = \int_0^1 x^{n+\alpha} \, d\chi$, où χ est une fonction à variation bornée satisfaisant à $\chi(1) - \chi(+0) = 1$.

La démonstration du théorème 1 suit les idées d'une des démonstrations originales de Hausdorff pour le cas $\alpha = 0$, mais sous une forme arrangée par Aronszajn et Bosanquet ([4]).

Théorème 2. — *Pour qu'une suite de moments $\mu_n = \int_0^1 x^n \, d\psi$ satisfasse à (1), il faut et il suffit que $\int_0^1 x^{-\alpha} |d\chi| < \infty$.*

On peut démontrer ce théorème pour χ monotone en partant directement de la condition (1), mais dans le cas général une démonstration directe ne paraît pas très accessible. La démonstration complète du théorème 2 se fait en utilisant le théorème 1.

(*) Séance du 19 janvier 1959.

(1) Un aperçu des résultats a été donné dans une conférence à l'occasion du Congrès international 1958 à Edinburgh.

(2) F. HAUSDORFF, *Summationsmethoden und Momentenfolgen* I et II (*Math. Z.*, 9, 1921, p. 74-109 et 280-299). Pour toute cette théorie de Hausdorff, *voir* Hardy, *Divergent Series*, Oxford 1949, p. 247-281.

(3) K. ENDL, *Math. Z.*, 65, 1956, p. 113-132.

(4) *Voir* HARDY, *Divergent Series*, p. 259-260 et 281. Note concernant le § 11.9 du livre.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Quelques observations sur les fonctions dérivables presque partout.* Note de M. **BENEDETTO PETTINEO**, présentée par M. Paul Montel.

Je rappelle d'abord quelques notions et résultats antérieurs [1].

Soit $F(x)$ une fonction réelle, continue sur l'intervalle (a, b). Pour tout intervalle $T \equiv (\alpha, \beta) \subset (a, b)$ posons $F[T] = F(\beta) - F(\alpha)$. Je dirai que l'ensemble fermé $C \subset (a, b)$ est recouvert par un système (fini) ΣT_i d'intervalles T_i de (a, b), deux à deux sans points intérieurs communs, lorsque chaque intervalle T_i contient quelques points de C; tout point de C est à l'intérieur d'un des intervalles T_i ou constitue une extrémité commune à deux d'entre eux. Soit $[\Sigma T]_C$ la classe de tous les systèmes ΣT_i recouvrant C.

Je dirai que $F(x)$ possède la variation $\nu[C]$ sur l'ensemble C si, à chaque $\varepsilon > 0$, on peut faire correspondre un $\delta > 0$ de sorte qu'on ait $\left|\nu[C] - \sum_i F[T_i]\right| < \varepsilon$ pour tout système ΣT_i de $[\Sigma T]_C$ pour lequel $m(T_i) < \delta$.

Pour que $\nu[C]$ *existe il faut et il suffit que la série*

$$(1) \qquad O[\Delta_1] + O[\Delta_2] + \ldots + O[\Delta_r] + \ldots$$

des oscillations de F *sur les intervalles* Δ_r *contigus à* C *soit convergente.*

On a

$$(2) \qquad F(b) - F(a) = \nu[C] + F[\Delta_1] + F[\Delta_2] + \ldots.$$

Posons $C^x = (a, x)C$, $\nu(x) = \nu[C^x]$. Je dirai que $F(x)$ est absolument continue [à variation bornée] sur l'ensemble C lorsque $\nu(x)$ est absolument continue [à variation bornée] sur (a, b). Je dirai en outre que $F(x)$ est presque absolument continue [presque à variation bornée] sur (a, β) lorsque, à tout $\varepsilon > 0$, on peut faire correspondre un ensemble fermé C sur lequel F est absolument continue [à variation bornée] et tel qu'on ait $(b-a) - m(C) < \varepsilon$.

Toute fonction presque à variation bornée est aussi presque absolument continue (et réciproquement).

Pour que la fonction $F(x)$ *ait une dérivée (finie) presque partout sur* (a, b) *il faut et il suffit que* F *soit presque absolument continue sur* (a, b).

J'observerai avant tout que, au lieu de la continuité de $F(x)$, on peut seulement supposer que $F(x)$ soit continue presque partout sur (a, b) [c'est-à-dire qu'il existe un ensemble E de mesure nulle tel que $F(x)$ soit continue en tout point de $(a, b) - E$]; car les considérations déjà exposées peuvent se répéter dans la nouvelle hypothèse.

Si donc $F(x)$ est dérivable presque partout sur (a, b), à tout $\varepsilon > 0$ on peut faire correspondre un ensemble fermé C sur lequel F est absolument continue ou, simplement, à variation bornée et tel qu'on ait $(b-a) - m(C) < \varepsilon$. Si $\Delta_1, \Delta_2, \ldots, \Delta_r, \ldots$, sont les intervalles contigus à C, en posant $F'(x) = F(x)$ si $x \subset C$ et faisant $F'(x)$ linéaire sur tout Δ_r, de la convergence de (1), ou (2), on déduit aisément que F' est à variation bornée sur (a, b). Ce résultat, que M. S. Marcus a retrouvé ([2]), généralise un théorème de M. A. Marchaud, concernant les fonctions continues dont tous les ensembles de niveau sont finis ([3]).

Je suppose maintenant que la fonction continue $F(x)$ possède une dérivée $f(x)$ (finie) presque partout sur (a, b).

Si $F(x)$ est à variation bornée sur l'ensemble fermé C, on a ([1])

$$\frac{dF(x)}{dx} = \frac{d\nu(x)}{dx} = f(x) \qquad \text{(presque partout sur C)} \tag{3}$$

et, puisque $\nu(x)$ est constante sur tout intervalle Δ_r (contigu à C), on a

$$\nu(x) = \int_{C^x} f(x)\, dx + \alpha(x) \qquad (a \leq x \leq b), \tag{4}$$

où l'intégrale est celle de Lebesgue et $\alpha(x)$ possède une dérivée nulle presque partout.

Pour que $F(x)$ soit aussi absolument continue sur C il faut et il suffit que

$$\nu(x) = \int_{C^x} f(x)\, dx. \tag{5}$$

D'après cela, on est naturellement conduit à penser que toute fonction continue $F(x)$ qui est déterminée sur (a, b) (au moins à une constante près) par sa dérivée $f(x)$, existant seulement presque partout, jouit de la propriété fondamentale suivante :

A. *Si* $F(x)$ *est à variation bornée sur l'ensemble fermé* C, *elle est aussi absolument continue sur* C, *de sorte qu'on ait*

$$\nu[C] = \int_C f(x)\, dx. \tag{6}$$

Toute fonction intégrale définie jusqu'à présent jouit de la propriété A. Par exemple, si $f(x)$ est *complètement totalisable*, on peut montrer que F jouit de la propriété A en parcourant la suite (transfinie) des opérations indiquées par

M. A. Denjoy pour construire l'intégrale F. L'intérêt de la propriété A est sans doute en relation avec la validité de la proposition suivante :

B. *Toute fonction continue* $F(x)$ *qui jouit de la propriété* A *est déterminée sur* (a, b) *par sa dérivée* $f(x)$ (*existant seulement presque partout*).

D'après cela, *la classe des fonctions continues* $F(x)$ *qui sont déterminées sur* (a, b) *par leur dérivée* $f(x)$ (*donnée presque partout*) *coïncidera avec la classe des fonctions presque absolument continues qui jouissent en outre de la propriété* A. On arriverait ainsi à donner une définition descriptive bien générale de l'intégrale.

Ici je me limite à montrer que B est vrai si, au lieu de ma définition de la variation $\nu[C]$, on utilise la *variation définie* de M. Denjoy (existant lorsque la série $F[\Delta_1]+F[\Delta_2]+\ldots$ est absolument convergente). En effet, si $f=0$ et F n'est pas constante, supposons, pour fixer les idées, $F(a)<F(b)$. Alors, ainsi qu'il est bien connu (Denjoy), on peut trouver un ensemble parfait C de mesure nulle tel que $F(x)$ prenne les mêmes valeurs aux extrémités de tout intervalle Δ_r contigu à C, et prenne une seule fois toute autre valeur comprise entre $F(a)$ et $F(b)$, *le sens de variation de* F *sur* C *étant constant*. Donc $F[\Delta_r]=0$, $\nu[C]$ existe et, si $x\subset C$, on a $\nu(x)=F(x)-F(a)$.

La fonction $\nu(x)$ (constante sur tout intervalle Δ_r) est ainsi à variation bornée sur (a, b) et l'on a $\nu[C]=\nu(b)=F(b)-F(a)>0$.

Cette conclusion est toutefois absurde car, si A est vrai, de (6) (où $f=0$) on tire $\nu[C]=0$.

(1) *Comptes rendus*, 243, 1956, p. 553. *Voir* aussi *Atti Acc. Sc., Lettere e Arti di Palermo*, 17, 1956-1957, p. 211-238.
(2) *Comptes rendus*, 244, 1957, p. 2346, th. 2.
(3) *Fund. Math.*, 20, 1933, p. 105-116.

ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES NON LINÉAIRES. — *Existence et stabilité des solutions périodiques de certains systèmes de n équations différentielles à coefficients périodiques; cas où* $p\leq n$ *fonctions associées sont identiquement nulles.* Note (*) de M. **Robert Faure**, présentée par M. Louis de Broglie.

L'auteur étudie dans cette Note le système de n équations différentielles

$$dx_i/dt=\lambda f_i(x_k, t)$$

de même période T, lorsque $p\leq n$ fonctions associées $F_i(x_k)=(1/T)\int^T f_i(x_k, t)\,dt$ sont identiquement nulles.

Soit un système de n équations différentielles non linéaires

$$\text{(I)}\qquad \frac{dX_i}{dt}=\lambda f_i(X_k, t)\qquad (i, k=1, \ldots, n)$$

$f_i(X_k, t) = f_i(X_k, t+T)$ les fonctions f_i sont périodiques de même période T en t, λ, $f_i(X_k, t)$ X_k, t sont réels; on fait de plus les hypothèses suivantes sur les fonctions $f_i(X_k, t)$: Dans un certain domaine (D) assigné aux X_k; elles sont continues par rapport à t. Elles admettent des dérivées premières par rapport aux X_k, ces dérivées sont continues par rapport aux X_k et à t, et vérifient une condition de Lipschitz par rapport aux X_k.

De plus quel que soit $M(X_k) \in D$, on a

$$\text{(II)} \qquad \int_0^T f_i(X_k, t)\, dt = 0, \qquad (1 \leq i \leq p),$$

les X_k étant des constantes.

A. Étudions maintenant le système linéaire (S), les $p_{ik}(t)$ continues et satisfaisant à (II)

$$\text{(III)} \qquad \frac{dx_i}{dt} = \lambda \Sigma_k\, p_{ik}(t)\, x_k.$$

Les solutions canoniques satisfont à la condition

$$\text{(IV)} \qquad x_i(T, \lambda) = S(\lambda)\, x_i(0, \lambda).$$

Il est clair que $x_i(t, \lambda)$, $x_i(0, \lambda)$, $S(\lambda)$ sont des fonctions entières de λ, pour $|\lambda|$ petit, $|\lambda| < \lambda_1$), on a

$$\text{(V)} \qquad \begin{cases} x_i(t, \lambda) = x_{i0}(t) + \lambda\, x_{i1}(t) + \lambda^2\, x_{i2}(t) + \ldots, \\ x_i(0, \lambda) = x_{i0}(0) + \lambda x_{i1}(0) + \lambda^2\, x_{i2}(0) + \ldots, \\ \quad S(\lambda) = 1 + \alpha_1 \lambda + \alpha_2 \lambda^2 + \ldots, \end{cases}$$

en posant

$$\text{(VI)} \qquad \begin{cases} P_{ik}(t) = \displaystyle\int_0^t p_{ik}(t')\, dt', \\ Q_{ik}(t) = \Sigma_j \displaystyle\int_0^t p_{ij}(t')\, dt' \int_0^{t'} p_{jk}(t'')\, dt''. \end{cases}$$

Compte tenu de ce que

$$\text{(VII)} \qquad \begin{cases} x_{i1}(t) = x_{i10} + \Sigma_k P_{ik}(t)\, x_{i0}, \\ x_{i2}(t) = x_{i20} + \Sigma_j P_{ij}(t)\, x_{j10} + \Sigma_j Q_{ij}\, x_{j0}, \\ \text{avec} \quad x_{i10} = x_{i1}(0), \qquad x_{i20} = x_{i2}(0). \end{cases}$$

On a en égalant les coefficients de λ, λ^2 dans les deux membres de (IV)

$$\text{(VIII)} \qquad \begin{cases} \alpha_1 x_{i0} = \Sigma_k P_{ik}(T)\, x_{k0}, \\ \alpha_1 x_{i10} + \alpha_2 x_{i0} = \Sigma_j P_{ij}(T)\, x_{j10} + \Sigma_j Q_{ij}(T)\, x_{j0}. \end{cases}$$

Il résulte de (II) que $i \leq p$, on a

$$\text{(IX)} \qquad \alpha_1 x_{i0} = \Sigma_k P_{ik}(T)\, x_{k0} = 0.$$

Il en résulte deux cas distincts : 1° pour $i \leqq p$, $x_{i0} = 0$, $\alpha_1 \neq 0$; pour $i \geqq p+1$, on a alors

$$\text{(X)} \qquad \alpha_1 x_{i0} = \Sigma_k \mathrm{P}_{ik}(\mathrm{T})\, x_{k0} \qquad (k \geqq p+1),$$

α_1 est alors racine de l'équation de degré $n-p$ obtenue en annulant le déterminant D d'éléments $\mathrm{A}_{ij} = \mathrm{P}_{ij}(\mathrm{T}) - \alpha_1 \delta_{ij}$:

$$i \geqq p+1, \qquad j \geqq p+1, \qquad \delta_{ij} = 0 \quad \text{si } i \neq j, \qquad \delta_{jj} = 1$$

2° $\alpha_1 = 0$: les premières équations (VIII) donnent pour $i \geqq p+1$:

$$\text{(XI)} \qquad \sum_{k=0}^{k=n} \mathrm{P}_{ik}(\mathrm{T})\, x_{k0} = 0,$$

les deuxièmes équations (VIII) donnent pour $i \leqq p$:

$$\text{(XII)} \qquad \alpha_2 x_{i0} = \Sigma_k \mathrm{Q}_{ik}(\mathrm{T})\, x_{k0}.$$

α_2 est racine de l'équation de degré p obtenue en annulant le déterminant D′ dont les éléments sont

$$\mathrm{A}_{ik} = \mathrm{Q}_{ik}(\mathrm{T}) - \alpha_2 \delta_{ik} \qquad (i \leqq p;\ k = 1, \ldots, n),$$
$$\mathrm{A}_{ik} = \mathrm{P}_{ik}(\mathrm{T}) \qquad (i \geqq p+1;\ k = 1, \ldots, n).$$

Les cas des racines multiples sont exclus. Connaissant α_1 et α_2 on peut déterminer les y_{i0} à un facteur près. On désigne par $y_{ji}(t, \lambda)$ les solutions canoniques; l'indice j définit le système de fonctions canoniques; i définit la fonction. Les y_{ji} pour $j \leqq n-p$ correspondent aux $n-p$ valeurs des α_1, les y_{ji} pour $n \geqq j \geqq n-p+1$ correspondent aux p valeurs de α_2

Si $\mathrm{H}(t, \lambda)$ est le déterminant des $y_{ji}(t, \lambda)$, les y_{ji0} sont constants $y_{ji0} = y_{ji}(t, 0)$ ainsi que les $\mathrm{H}_{jk}(t, 0)$.

Puisque $y_{ji0} = 0$ pour $j \leqq n - p (i \leqq p)$:

$$\text{(XIII)} \qquad \mathrm{H}_{jk}(t, 0) = \mathrm{H}_{jk0} = 0 \qquad \text{pour} \quad j \geqq n-p+1 \qquad (i \geqq p+1),$$

on a

$$\mathrm{H}(t, 0) = \mathrm{H}_0 \neq 0$$

B. Après avoir effectué le changement de variables $\mathrm{X}_i = \alpha_i + x_i$:

$$\mathrm{P}(\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n) \in \mathrm{D} \qquad (\mathrm{P} \text{ fixé}).$$

Le système devient

$$\text{(XIV)} \quad \begin{cases} \dfrac{dx_i}{dt} = \lambda f_i(\alpha_k + x_k, t) = \lambda\left(\Sigma_k \dfrac{\partial f_i}{\partial x_k}(\alpha_k, t) + f_i(\alpha_k, t) + \mathrm{Q}_i(x_k, t)\right) \\ \mathrm{Q}_i(x_n) = f_i(x_k + \alpha_k, t) - \Sigma_i \dfrac{\partial f_i}{\partial x_k}(\alpha_k, t) x_k - f_i(\alpha_k, t); \qquad p_{ik} = \dfrac{\partial f_i}{\partial x_k}(\alpha_j, t) \end{cases}$$

Soit $\Delta(\mathrm{R})$ le domaine circulaire $\left|\overrightarrow{\mathrm{PM}}\right| \leqq \mathrm{R}$, $\Delta(\mathrm{R}) \in \mathrm{D}$, R arbitrairement petit.

La méthode de récurrence de fonctions périodiques de période T définie par :

$$\text{(XV)} \qquad \frac{dx_{i,n}}{dt} = \lambda(\Sigma_k p_{ik} x_{k,n} + f_i(\alpha_j, t) + Q_i(x_{k,n-1}, t))$$

donne

$$x_{i,n} = \Sigma_j y_{ji}(\lambda z_j(t) + a_j) \qquad (y_{ji} \text{ fonctions canoniques}).$$

Si $M(x_{i,n-i}) \in \Delta(R)$ on peut affirmer que $M(x_{i,n}) \in \Delta(R)$ et que la récurrence converge vers une solution périodique de (XIV), pourvu que $|\lambda|$ et R soient suffisamment petits à condition toutefois que les a_j tendent vers zéro avec λ et R, on montre que ceci a lieu lorsque les expressions

$$a_{j1} = \frac{\lambda S_j}{1 - S_j} \int_0^T \Sigma_k \frac{H_{jk}(t', \lambda)}{H(t', \lambda)} f_k(t')\, dt'$$

tendent vers zéro avec λ, pour $j \leqq n-p$, c'est-à-dire, pour $S_j = 1 + \alpha_1 \lambda + \ldots$, $\alpha_1 \neq 0$, on obtient les conditions de Haag (1)

$$\text{(XVI)} \qquad \int_0^T f_i(\alpha_k, t)\, dt = 0 \qquad \text{pour} \quad i \geqq p+1.$$

Pour $j \geqq n-p+1$ pour $S_j = 1 + \alpha_2 \lambda^2 + \ldots$, $\alpha_1 = 0$, en écrivant que

$$\frac{\partial}{\partial \lambda} \int_0^T \Sigma_k \frac{H_{jk}(t', \lambda)}{H(t', \lambda)} f_n(t')\, dt' = 0 \qquad \text{pour} \quad \lambda = 0.$$

Compte tenu de (XIII) on obtient les conditions remplaçant les équations de Haag soit

$$\text{(XVII)} \qquad \int_0^1 \Sigma_k f_k(\alpha_j, t)\, dt \int_0^t \frac{\partial f_i}{\partial x_k}(\alpha_j, t')\, dt' = 0 \qquad \text{pour } i \text{ fixe} \qquad (i \leqq p).$$

L'ensemble des conditions (XVI), (XVII) définit le point P de D. La stabilité s'étudie à partir des résultats de A pour $|\lambda|$ petit. Les solutions sont stables pour $\lambda > 0$ si les parties réelles de α_1 et α_2 sont négatives ; si $p = n$ la stabilité ne dépend pas du signe de λ, mais toutes les parties réelles des α_2 doivent être négatives.

(*) Séance du 19 janvier 1959.
(1) J. Haag, *Bull. Sc. Math.*, 70, 1946.

(Faculté des Sciences, Dakar.)

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Extension du théorème de Pinsker.*
Note (*) de M. **Hayri Korezlioglu**, présentée par M. Georges Darmois.

Il est connu par les travaux de Pinsker (1) que si $\langle x_n \rangle$ et $\langle y_n \rangle$ sont deux processus gaussiens, discrets, stationnaires et stationnairement corrélés entre

eux, l'information moyenne apportée sur l'un des processus par la connaissance de l'autre vérifie la relation

$$(1)\qquad \overline{I(x, y)} \geq \frac{1}{4\pi}\int_{-\pi}^{+\pi} \log \frac{f_x(\lambda) f_y(\lambda)}{f_x(\lambda) f_y(\lambda) - |f_{xy}(\lambda)|^2} d\lambda,$$

où $f_x(\lambda)$ et $f_y(\lambda)$ sont respectivement les densités spectrales des processus $\langle x_n \rangle$ et $\langle y_n \rangle$ et $f_{xy}(\lambda)$ est leur densité spectrale mutuelle.

Nous nous proposons d'étendre ces résultats au cas de processus de plus en plus généraux. Dans la présente Note nous traitons des processus gaussiens du second ordre et réguliers au sens de Doob dont les éléments sont représentés par

$$(2)\qquad \begin{cases} x_n = \int_{-\pi}^{+\pi} \gamma_n^x(\lambda)\, d\xi(\lambda) & \text{avec } \mathrm{E}\,|d\xi(\lambda)|^2 = \dfrac{d\lambda}{2\pi}, \\ y_n = \int_{-\pi}^{+\pi} \gamma_n^y(\lambda)\, d\eta(\lambda) & \text{avec } \mathrm{E}\,|d\eta(\lambda)|^2 = \dfrac{d\lambda}{2\pi}, \end{cases}$$

où $\xi(\lambda)$ et $\eta(\lambda)$ sont deux fonctions aléatoires à accroissements non corrélés.

Théorème. — *Étant donnés deux processus gaussiens $\langle x_n \rangle$ et $\langle y_n \rangle$ définis par* (2), *l'information moyenne apportée sur l'un par la connaissance de l'autre vérifie la relation*

$$(3)\qquad \overline{I(x, y)} \geq -\frac{1}{4\pi}\int_{-\pi}^{+\pi} \log(1 - |f_{\xi\eta}(\lambda)|^2)\, d\lambda \qquad \text{où} \quad \frac{1}{2\pi} f_{\xi\eta}(\lambda)\, d\lambda = \mathrm{E}\big(d\xi(\lambda), \overline{d\eta(\lambda)}\big).$$

La démonstration fait appel aux résultats que nous avons énoncés dans une Note précédente [2]. Nous nous servirons du lemme suivant comme base de calcul de l'entropie moyenne d'un processus gaussien.

Lemme. — *Dans le cas d'un processus gaussien l'entropie conditionnelle de x_n, connaissant le passé du processus est donnée par la formule*

$$H(x_n/x_{n-1}, x_{n-2}, \ldots) = \frac{1}{2}\log 2\pi e\, |c_{n,n}^x|^2,$$

où $|c_{n,n}^x|^2$ est la variance de l'erreur de prévision sur x_n connaissant x_{n-1}, $x_{n-2}, \ldots$, etc.

L'entropie moyenne du processus $\langle y_n \rangle$ est égale à

$$\begin{aligned} \overline{H(y)} &= \lim_{N\to\infty} \frac{H(y_N, \ldots, y_{-N})}{2N+1} \\ &= \frac{1}{2}\log 2\pi e + \lim_{N\to\infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{-N}^{+N} \frac{1}{2}\log |c_{n,n}^y|^2 \\ &= \frac{1}{2}\log 2\pi e + \lim_{N\to\infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{-N}^{+N} \frac{1}{4\pi}\int_{-\pi}^{+\pi} \log |\gamma_n^y(\lambda)|^2\, d\lambda. \end{aligned}$$

L'entropie conditionnelle moyenne du processus $\langle y_n \rangle$ connaissant le proces-

sus $\langle x_n \rangle$ est égale à l'entropie moyenne du processus d'erreur $\langle z_n \rangle = \langle y_n - \hat{y}_n \rangle$ où $\hat{y}_n$ est la projection de y_n sur le processus $\langle x_n \rangle$. Donc

$$\begin{aligned}\overline{\mathrm{H}(y/x)} &= \lim_{\mathrm{N}\to\infty} \frac{\mathrm{H}(z_{\mathrm{N}}, \ldots, z_{-\mathrm{N}})}{2\mathrm{N}+1} \\ &\leq \frac{1}{2}\log 2\pi e + \frac{1}{4\pi}\int_{-\pi}^{\pi} \log(1 - |f_{\xi\eta}(\lambda)|^2)\, d\lambda \\ &\quad + \lim_{\mathrm{N}\to\infty} \frac{1}{2\mathrm{N}+1}\sum_{-\mathrm{N}}^{\mathrm{N}} \frac{1}{4\pi}\int_{-\pi}^{\pi} \log|\gamma_n^y(\lambda)|^2\, d\lambda.\end{aligned}$$

En reportant $\overline{\mathrm{H}(y)}$ et $\overline{\mathrm{H}(y/x)}$ dans l'expression de l'information moyenne : $\overline{\mathrm{I}(x, y)} = \overline{\mathrm{H}(y)} - \overline{\mathrm{H}(y/x)}$, nous trouvons l'expression (3).

Dans le cas où les processus $\langle x_n \rangle$ et $\langle y_n \rangle$ sont stationnaires, les expressions (2) peuvent s'écrire comme suit

$$(4)\qquad \begin{cases} x_n = \displaystyle\int_{-\pi}^{+\pi} e^{in\lambda}\gamma^x(\lambda)\, d\xi(\lambda), \\ y_n = \displaystyle\int_{-\pi}^{+\pi} e^{in\lambda}\gamma^y(\lambda)\, d\eta(\lambda). \end{cases}$$

En reportant dans la formule (1)

$$f_x(\lambda) = \frac{1}{2\pi}|\gamma^x(\lambda)|^2, \qquad f_y(\lambda) = \frac{1}{2\pi}|\gamma^y(\lambda)|^2 \qquad \text{et} \qquad f_{xy}(\lambda) = \frac{1}{2\pi}\gamma^x(\lambda)\overline{\gamma^y(\lambda)} f_{\xi\eta}(\lambda)$$

qui se déduisent des expressions (4), nous voyons que la formule (1) se réduit à la formule (3).

(*) Séance du 19 janvier 1959.

(1) Pinsker, *Doklady*, *Ann. U. R. S. S.*, 98, p. 213-216.

(2) Korezlioglu, *Comptes rendus*, **248**, 1959, p. 356.

MAGNÉTO-AÉRODYNAMIQUE. — *Sur certains écoulements quasi rectilignes d'un fluide doué de conductivité électrique finie.* Note (*) de Mlle **Jacqueline Naze**, présentée par M. Joseph Pérès.

On étudie l'écoulement en présence d'un champ magnétique d'un fluide compressible doué de conductivité électrique finie dans une tuyère de section lentement variable. Les écoulements transoniques décélérés sont instables; la stabilité des autres écoulements est comparée à celle des cas extrêmes (conductivité nulle ou infinie).

Différents cas d'écoulements unidimensionnels d'un fluide compressible électriquement conducteur ont été étudiés sous des hypothèses simplificatrices diverses : dans (1), pour une tuyère de section constante les fluctuations des champs dues au mouvement du fluide sont négligées; dans (2) la section est

variable et le fluide parfaitement conducteur. Dans [1], en première approximation on peut ne pas écrire les équations de Maxwell, dans [2] on les écrit sous forme unidimensionnelle.

A l'approximation quasi unidimensionnelle on a, en négligeant les effets de viscosité et de conduction de chaleur

$$(1)\quad \begin{cases} \rho\left(\dfrac{\partial u}{\partial t}+u\dfrac{\partial u}{\partial x}\right)+\dfrac{\partial p}{\partial x}-\sigma \mathrm{H}(\mathrm{E}-u\mathrm{H})=0, \\ \mathrm{Q}\dfrac{\partial \rho}{\partial t}+\dfrac{\partial}{\partial x}(\mathrm{Q}\rho u)=0, \\ \dfrac{\partial \mathrm{S}}{\partial t}+u\dfrac{\partial \mathrm{S}}{\partial x}-(\gamma-1)\sigma\rho^{-\gamma}(\mathrm{E}-u\mathrm{H})^2=0 \end{cases}$$

où $\mathrm{S}=p\rho^{-\gamma}$, $\gamma=c_p/c_v$; σ est la conductivité électrique, constante, p la pression u la vitesse, ρ la masse spécifique, $\mathrm{Q}(x)$ la section de la tuyère, d'axe $\mathrm{O}x$, E, H les champs électrique et magnétique, J le courant électrique

$$(2)\qquad \mathrm{J}=\sigma(\mathrm{E}-u\mathrm{H}),$$

Au lieu d'appliquer les équations de Maxwell sous forme unidimensionnelle, on peut écrire les lois de Faraday et d'Ampère dont elles se déduisent, dans une géométrie adaptée au cas présent, en remplaçant les valeurs locales par les moyennes

$$\int_{\mathrm{C}}\vec{\mathrm{E}}\,\vec{dl}+\iint_{\mathrm{S}}\vec{n}\,\frac{\partial\vec{\mathrm{H}}}{\partial t}\,ds=0,\qquad \int_{\mathrm{C}}\vec{\mathrm{H}}\,\vec{dl}-\iint_{\mathrm{S}}\vec{n}.\vec{\mathrm{J}}\,ds=0$$

C est un contour fermé quelconque, S une surface s'appuyant sur C, de de normale $\vec{n}$. On prend successivement pour C le contour d'une section droite et le contour de la section d'une tranche du tube par un plan contenant l'axe. On en déduit

$$(3)\qquad \mathrm{Q}^{\frac{1}{2}}\frac{\partial \mathrm{H}}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\mathrm{E}\mathrm{Q}^{\frac{1}{2}}\right)=0,\qquad \mathrm{Q}^{\frac{1}{2}}\mathrm{J}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\mathrm{H}\mathrm{Q}^{\frac{1}{2}}\right)=0.$$

Lorsque Q est constant, on retrouve la forme unidimensionnelle.

Les équations (1), (2), (3) déterminent les inconnues u, ρ, S, E, H, J. Dans le cas stationnaire, trois intégrales premières apparaissent

$$(4)\qquad \mathrm{Q}\rho u=k=\mathrm{Cte},\qquad \mathrm{E}\mathrm{Q}^{\frac{1}{2}}=\eta=\mathrm{Cte},\qquad u^2+\frac{2\gamma}{\gamma-1}p\rho^{-1}+2\mathrm{HE}\rho^{-1}u^{-1}=\mathrm{Cte}$$

et en introduisant des variables non dimensionnelles

$$(5)_1\qquad \xi'\xi^{-1}(\xi^2-\gamma\alpha\mathrm{T})=\gamma\alpha\mathrm{T}\mathrm{Q}^{-1}\mathrm{Q}'-\beta^2(1-\xi z)(\gamma-1-\gamma\xi z),$$

$$(5)_2\qquad z'+1-\xi z=0,$$

$$(5)_3\qquad \gamma\alpha(\mathrm{T}-1)+\frac{\gamma-1}{2}(\xi^2-1)+(\gamma-1)\beta^2(z-1)=0,$$

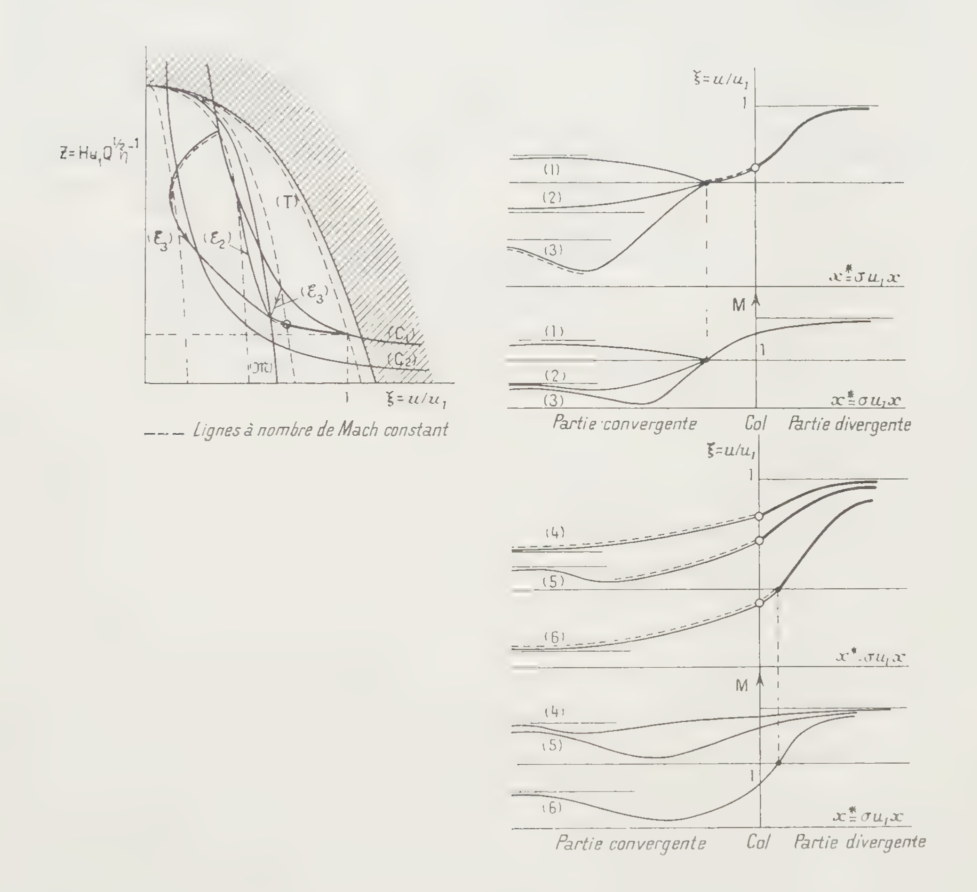
$$\xi=uu_1^{-1},\qquad z=\mathrm{H}\mathrm{Q}^{\frac{1}{2}}u_1\eta^{-1},\qquad \mathrm{T}=p(\rho\alpha u_1^2)^{-1},\qquad x^*=\sigma u_1 x,$$

$$\alpha=p_1(\rho_1 u_1^2)^{-1},\qquad \beta=\eta(ku_1^3)^{-\frac{1}{2}},\qquad \mathrm{M}=ua^{-1}=\xi(\gamma\alpha\mathrm{T})^{-\frac{1}{2}},\qquad \mathrm{R}=c_p-c_v.$$

Pour qu'un écoulement soit continu il est nécessaire, par $(5)_3$, $(5)_2$ que $1-\xi z \to 0$ pour $|x| \to \infty$. L'indice 1 se rapporte à l'état limite pour $x \to +\infty$, par conséquent tel que $E_1 = u_1 H_1$. Un écoulement $\xi(x)$, $z(x)$, $T(\xi, z)$ est représenté par un arc de courbe $(\mathcal{E})$ du plan (ξ, z). Pour discuter on introduit les courbes

$$(T)\, T(\xi, z) = 0, \qquad (\mathfrak{M})\, \xi^2 - \gamma\alpha T = 0, \qquad (C_1)\, \xi z - 1 = 0, \qquad (C_2)\, \gamma\xi z - (\gamma - 1) = 0.$$

Les paraboles du faisceau (T), $(\mathfrak{M})$ sont les lignes M = Cte; (T), $(\mathfrak{M})$, Oz, correspondent à $M = \infty$, $M = 1$, $M = 0$. La présence de deux paramètres α, β



– – – Lignes à nombre de Mach constant

et de la fonction non explicitée $Q(x)$ permet un grand nombre de cas, accélérés ou décélérés, transoniques ou non. Le fait marquant consiste en l'apparition de points soniques ailleurs qu'au col. On a figuré les écoulements accélérés dans la partie divergente, et les schémas du plan (ξ, z) pour les trois premiers cas. Lorsque les composantes hydrodynamique et électromagnétique de l'accélération $(5)_1$ sont de même signe, la courbe est indiquée en trait gras.

Stabilité. — Le saut d'accélération sur l'onde progressive ou régressive

$(\varepsilon = \pm 1)$ dû à une discontinuité du second ordre a pour expression

$$[Du]_\varepsilon = \frac{1}{2} K_\varepsilon \left[z_0 - \varepsilon \int_0^t \frac{\gamma + 1}{4a} K_\varepsilon \, dt \right]^{-1}, \qquad K_\varepsilon = \exp\left(\int_0^t G_\varepsilon \, dt \right),$$

$$G_\varepsilon = -\frac{\sigma H^2}{2\rho} - \frac{Q'}{Q} \frac{(3u - 2a)[(\gamma - 1)u^2 + 2a^2]}{4(u^2 - a^2)} - \varepsilon\sigma \frac{H}{4\rho a} \frac{E - uH}{u^2 - a^2} C_\varepsilon + \frac{\sigma}{4\rho a^2 u} \frac{(E - uH)^2}{u^2 - a^2} F_\varepsilon,$$

$$C_\varepsilon = 2(2\gamma - 1)u^2 + 3\varepsilon(\gamma + 1)au - (5\gamma - 1)a^2,$$

$$F_\varepsilon = (\gamma - 1)[\gamma u^3 - \varepsilon\gamma a u^2 + (2\gamma - 3)a^2 u - \varepsilon a^3]$$

Pour σ fini non nul, G_ε est équivalent à $-\sigma H^2/2\rho$ lorsque $t \to \infty$ et le saut d'accélération tend vers zéro, quel que soit le profil du tube. En particulier si $Q' \equiv 0$, on retrouve les résultats de ([3]).

Si $\sigma = 0$, c'est le terme en Q'/Q qui conditionne le comportement de G_ε ; la stabilité ne peut être assurée que moyennant conditions sur $Q(x)$, ([4]). Lorsque $\sigma = \infty$, le système (1)-(2)-(3) change de nature, la vitesse locale du son a_∞ est modifiée ; $a_\infty^2 = \gamma p \rho^{-1} + H^2 \rho^{-1}$; l'étude directe ([2]) montre encore que la stabilité dépend du profil du tube.

La discussion du cas transonique est la même dans tous les cas.

En conclusion, l'écoulement transonique décéléré est instable quel que soit σ, fini ou non. Tous les autres types d'écoulement sont stables, sans restriction quand σ est fini non nul, moyennant conditions relativement au profil de la tuyère lorsque σ est nul ou infini.

(*) Séance du 5 janvier 1959.

([1]) E. L. Resler et W. R. Sears, *Z. angew. Math. Phys.*, 9 *b*, 1958, p. 509-518.

([2]) J. Naze, *Comptes rendus*, **246**, 1958, p. 3316.

([3]) J. Naze, *Comptes rendus*, **248**, 1959, p. 362.

([4]) R. E. Meyer, *Quart. J. Mech. and Appl. Math.*, 5, Pt 3, 1952.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Théorie conforme dans* C_6 *de la particule de spin maximum* 2. Note (*) de M. **Andrei Popovici**, présentée par M. Louis de Broglie.

Les équations riemanniennes (M) de la particule de spin maximum 2 résultent des équations (A) (lagrangien conforme $\mathfrak{L} \equiv \mu^{n/2} \sqrt{\gamma}$). Les termes linéaires de (M) donnent les équations classiques de L. de Broglie, M. A. Tonnelat, G. Petiau ([1]). (M) donnent (Z) et (W) ($W^a{}_{bcd}$, tenseur de Weyl). Théorème de Fierz et covariance conforme dans C_4 sont équivalentes.

On connaît la *covariance conforme* des équations *maxwelliennes*, *mésiques* (B. Hoffmann, I. Lubanski, L. Rosenfeld) et *spinorielles* (H. Mandel, K. Nikolski, J. Schouten), étant donnée la forme riemannienne des équations de Dirac (V. Fok, E. Schrödinger). *La covariance générale implique alors aussi une théorie conforme de la gravitation* ([2]), ([3]).

1° Soient γ_{ab} la métrique d'une C_n *conforme riemannienne*, $\gamma \equiv \|\gamma_{ab}\|$, $G^a_{bc} \equiv \bar{G}^a_{bc}$ une *connexion affine invariante* pour les transformations conformes $\bar{\gamma}_{ab} \equiv \alpha\gamma_{ab}$ (α variable), $[\ \ ]$ la dérivée covariante $(a, b, c, = 1, \ldots, n)$. Les indices soulignés étant élevés par $\gamma^{\underline{a}\,\underline{b}}$, soient $\mu^{\underline{a}}{}_{bcd}$, μ_{ab}, $\mu \equiv \gamma^{\underline{a}\,\underline{b}}\mu_{ab}$ les courbures, $\sigma_{ab} \equiv \mu^{n/2-1}(\mu_{ab} - \mu\gamma_{ab}/n)$ $(\sigma^{\underline{c}}_{c} \equiv 0)$, $\mu_a \equiv -\partial ln\mu/\partial x^a$. Les variations $\delta\mathfrak{L}$, $\delta'\mathfrak{L}$ du *lagrangien conforme* $\mathfrak{L} \equiv \mu^{n/2}\sqrt{\gamma}(\bar{\mathfrak{L}} \equiv \mathfrak{L})$ donnent $\sigma_{ab} = 0$, $[\gamma_{ab}]_c - \mu_c\gamma_{ab} = 0$ ou $[G_{ab}]_c = 0$, $G_{ab} \equiv \tilde{\gamma}_{ab} \equiv C^2\mu\gamma_{ab} \equiv \psi\gamma_{ab}$ étant la métrique d'une V_n riemannienne de type Vrànceanu [4], invariante pour les transformations conformes : $\bar{G}_{ab} \equiv G_{ab}(C^2 = \mathrm{Cte},\ G \equiv \|G_{ab}\|)$. $G^a_{bc} \equiv \Gamma^{\underline{a}}{}_{bc} - T^a_{bc}$ est la connexion conforme de Weyl pour γ_{ab} et $\psi \equiv C^2\mu$, $\Gamma^{\underline{a}}_{\underline{b}\,c}$ les symboles de Christoffel pour γ_{ab}, $[\ \ ]$, la dérivée covariante correspondante. Dans V_n on a $\tilde{\psi} = 1$. Les indices non soulignés étant élevés par G^{ab}, en notant $M^a{}_{bcd} \equiv \mu^{\underline{a}}{}_{bcd}$, $M_{ab} \equiv M^c{}_{acb}$, $M \equiv G^{ab}M_{ab}$, on a $M_{abcd} \equiv \psi\mu_{abcd}$, $M_{ab} \equiv \mu_{ab}$, $M \equiv \mu/\psi$. Soient dans V_n, $S_{ab} \equiv M^{n/2-1}(M_{ab} - MG_{ab}/n)$, $(S^c_c \equiv 0)$, $H_{ab} \equiv M_{ab} - MG_{ab}/2$; on a dans $V_n(C_n)$:

$$(\mathrm{A})\quad \begin{cases} (a)\quad S_{ab} = 0 \quad (\sigma_{ab} = 0), \qquad (b)\quad [M_{ab}]_c = 0 \quad ([\mu_{ab}]_c = 0), \\ (c)\quad [S_a{}^b]_b = 0 \quad ([\sigma_a{}^{\underline{b}}]_{,b} = 0) \qquad \text{ou} \qquad M = \dfrac{1}{C^2} = \mathrm{Cte}. \end{cases}$$

(V_n *einsteinienne*). (Ab) résultent de (Aa, c) et de $[G_{ab}]_c = 0$, (Ac) (*équations de conservation*) de (Aa) et de $[H_a{}^b]_b \equiv 0$. G_{ab} donnée, (Ac) et $\mu \equiv M\psi$ donnent (pour $\mu \neq 0$) $\psi = C^2\mu$, $\gamma_{ab} = G_{ab}/C^2\mu$. Soit pour un lagrangien $\mathfrak{L}$ *quelconque*, $\mathfrak{L} \equiv \bar{\mathfrak{L}}$, $\partial\mathfrak{L}/\partial\gamma_{ab} \equiv \sigma^{\underline{a}\,\underline{b}}\sqrt{\gamma}(\equiv S^{ab}\sqrt{G}\psi)$. Dans C_n, les identités $\overline{\partial\mathfrak{L}} \equiv \partial\mathfrak{L}$ (covariance conforme de $\partial\mathfrak{L}$) et $S^c_c \equiv 0(\sigma^{\underline{c}}_{c} \equiv 0)$ sont *équivalentes* (Weyl) (cas particulier, pour $n = 4$, les identités $\overline{\partial\mathfrak{L}} = \partial\mathfrak{L}$ et $\mathfrak{F}^i_i \equiv 0$, $\mathfrak{F}^{ik}$ tenseur de Fierz).

2° Posons $N_{abc} \equiv [M_{ca}]_b - [M_{cb}]_a$. $|\ \ |$ signifiant la permutation cyclique, on a dans V_n

$$(\mathrm{M})\quad (\mathrm{I})\quad M^a{}_{|bcd|} \equiv 0, \qquad (\mathrm{II})\quad [M^a{}_{b|cd}]_{e|} \equiv 0, \qquad (\mathrm{III})\quad [M_{abc}{}^d]_d = 0 \quad \text{ou} \quad N_{abc} = 0$$

($M_{\mathrm{I,II}}$ identités), (M_{III}) (*conditions d'intégrabilité* : $M_{e|a}M_{bc|d}{}^e = 0$) résulte de (Ab). *Les termes linéaires dans* (M) *donnent* (*pour* $n = 6$) *dans* E_4 *pseudo-euclidienne, les équations classiques de la particule de spin maximum* 2 [1]. Indépendamment de (A), (M_{III}) donne $[M_a{}^b]_b = 0$, $M = 1/C^2 = \mathrm{Cte}$, $\gamma_{ab} = G_{ab}/C^2\mu$. Soit $W^a{}_{bcd} \equiv M^a{}_{bcd} - D^a{}_{bcd}/(n-2) + G^a{}_{bcd}/(n-1)(n-2)$ le *tenseur conforme de Weyl*, indépendant de ψ, (traces $W_{ab} \equiv W \equiv 0$). (M) donnent les systèmes similaires (Z) pour *tous les tenseurs*

$$Z^a{}_{bcd} \equiv \alpha M^a{}_{bcd} + \beta D^a{}_{bcd} + (\gamma M + \delta)G^a{}_{bcd},$$

de traces Z_{ab}, Z(α, β, γ, δ, constantes arbitraires) (Z_{I}, identités). De même, (M) résulte de (Z), excepté le système (W) vérifié par $\alpha W^a{}_{bcd} + \delta G^a{}_{bcd}$ ($W_{\mathrm{II,III}}$ équivalentes) : (W) [conséquence de (M)] ne donne (M) que

pour $M = \mathrm{Cte}$; *parmi les systèmes* (Z), (W) *est donc le plus général*. Les équations de deuxième ordre seront $Z_{ab} = 0 \, (Z = 0)$, donc $(A_a)(H_{ab} = 0$ ou $M_{ab} = 0$ pour $M = 0)$.

3° Pour $n = 6$, $G_{ab} \equiv \psi \gamma_{ab}$ et γ_{ab} de signature $+ + + - + -$ (coordonnées-durée *cosmiques* $x^\alpha \equiv X^\alpha$, $x^4 \equiv iX^4$ et *propres* $x^6 \equiv iX^6$, $x^5 \equiv X^5$) (X^a réels, $i^2 = -1$), soient $ds^\Lambda \equiv l^\Lambda_a \, dx^a$, $d\sigma_\Lambda \equiv \lambda_{\Lambda a} \, dx^a$ les congruences de V_6, C_6 ($a, b, c, A = 1 \ldots 6$; $i, k, l, I = 1, \ldots, 4$; $\lambda, \mu = 5, 6$; $\alpha = 1, 2, 3$). $h_{ik} \equiv \psi g_{ik}$, g_{ik} étant les métriques des *sous-espaces* V_4, C_4 ($l^I_\lambda \equiv \lambda_{I\lambda} \equiv 0$), $\left|\begin{matrix} i \\ kl \end{matrix}\right|^0$ et γ'^i_{kl} leurs symboles de *Christoffel*, ( ) et ( ), les dérivées covariantes, $\mathring{x}^i_{klm}$, x_{ik}, x et ξ'^i_{klm}, ξ_{ik}, ξ les courbures, ° et ′ symbolisant les indices élevés par $\mathring{h}^{ik} \equiv h^{ik} \equiv G^{ik}$, et $g'^{ik} \equiv g^{\underline{i}\underline{k}} \equiv \gamma^{\underline{i}\underline{k}}$. Pour $\partial x^a / \partial \bar{x}^\lambda \equiv \delta^a_\lambda$, les tenseurs $T^{\ldots ik \ldots}_{\ldots \lambda\mu \ldots}$ de V_6 (C_6) sont aussi des tenseurs dans V_4 (C_4). Notant $\mu^{\underline{i}\underline{k}} g_{ik} \equiv \mu'$, $M^{ik} h_{ik} \equiv \mathring{M}$, dans C_4 (A) ont la forme

$$(\mathrm{A}') \quad (a) \ \sigma^{\underline{i}\underline{k}} = \sigma^{\underline{i}}{}_\lambda = \sigma_{\lambda\mu} = 0, \qquad (b) \ \mu' = \frac{2\mu}{3} \left(\mathring{M} = \frac{2M}{3} \right), \qquad (c) \ [\sigma^{\underline{i}\underline{a}}]_{,a} \equiv [\sigma_\lambda{}^{\underline{a}}]_{,a} = 0,$$

(A) ou (A′), (M), (Z), (W) présentent la *covariance conforme* dans C_n (C_6, C_4).

(*) Séance du 5 janvier 1959.

(1) L. DE BROGLIE, *Théorie générale des particules à spin*, Paris, 2e éd., 1954 ; M. A. TONNELAT, *Comptes rendus*, 212, 1941, p. 187 et 263 ; G. PÉTIAU, *Disqu. Math. Phys.*, Bucarest, 6, nos 1-4, 1948, p. 235.

(2) E. REICHENBÄCHER, *Z. Phys.*, 45, 1927, p. 663 ; R. INGRAHAM, *Proc. Acad. U. S. A.*, 38, 1952, p. 921 ; K. YANO, *Proc. Math. Phys. Soc. Japan*, XIX, 10, 1937, p. 867 ; 11, 1937, p. 945.

(3) A. POPOVICI, *Bul. Mat. Phys. Acad. R. P. R.*, 6, no 1, 1954, p. 65 ; *D. A. N. S. S. S. R.*, 111, no 1, 1956, p. 74 ; *J. E. T. F.*, 32, no 4, 1957, p. 781.

(4) GH. VRÁNCEANU, *Disqu. Math. Phys.*, Bucarest, 1, 1940, p. 63.

(*Chaire de Relativité, Faculté des Sciences mathématiques et physiques, Bucarest.*)

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Vecteur d'état approché du nucléon habillé dans l'approximation du couplage intermédiaire*. Note (*) de M. **JACQUES MANDELBROJT**, présentée par M. Louis de Broglie.

On remplace l'équation aux vecteurs propres de l'approximation de couplage intermédiaire de Tomonaga par une condition nécessaire et suffisante pour que cette approximation donne exactement l'état fondamental du nucléon considéré comme source fixe. On obtient ainsi un système d'équations qu'on résout.

L'hamiltonien de la source fixe des mésons pseudoscalaires ayant un couplage pseudoscalaire avec le nucléon s'écrit (1)

$$H = \frac{1}{(2\pi)^3} \int \omega_k \, a^*_{i\alpha}(k) \, a_{i\alpha}(k) \, \overrightarrow{dk} - \frac{1}{(2\pi)^3} \int R(k) \, \sigma_i \tau_\alpha \left(a^*_{i\alpha}(k) + a_{i\alpha}(k) \right) \overrightarrow{dk},$$

$a^*_{i\alpha}(k)$ et $a_{i\alpha}(k)$ étant les opérateurs de création et d'annihilation d'un méson de quantité de mouvement $\vec{k}$ et d'indices de spin et de spin isotopique i et α, $R(k)$ la fonction de source du nucléon dans l'espace des impulsions. Le vecteur d'état approché par la méthode de couplage intermédiaire ([2]), ([1]) du nucléon habillé étant désigné par ψ_T, la quantité $\langle \psi^*_T H^2 \psi_T \rangle - \langle \psi^*_T H \psi_T \rangle^2$, qui représente le rapport de la norme de la composante de $H\psi_T$ orthogonale à ψ_T à celle de $H\psi_T$, n'est nulle que si ψ_T est vecteur propre de H. Un calcul analogue à celui d'une Note précédente ([3]) permet d'écrire :

$$(1) \qquad \langle \psi^*_T H^2 \psi_T \rangle - \langle \psi^*_T H \psi_T \rangle^2 = \left(N - \frac{M^2}{9}\right)\left\{\frac{1}{(2\pi)^3}\int \omega_k^2 \Phi^2(k)\, \overrightarrow{dk} - \omega_0^2\right\} + \left\{\frac{1}{(2\pi)^3}\int \left(\frac{M}{3}\omega_k \Phi(k) - 3g R(k)\right)^2 \overrightarrow{dk} - \left(\frac{M}{3}\omega_0 - 3g_0\right)^2\right\},$$

où

$$\Phi(k) = \frac{Mg R(k)}{N(\omega_k - \lambda)}, \qquad a_{i\alpha} = \frac{1}{(2\pi)^3}\int a_{i\alpha}(k)\,\Phi(k)\,\overrightarrow{dk}, \qquad \omega_0 = \frac{1}{(2\pi)^3}\int \omega_k \Phi^2(k)\,\overrightarrow{dk},$$

$$g_0 = \frac{g}{(2\pi)^3}\int R(k)\,\Phi(k)\,\overrightarrow{dk}, \qquad N = \langle \psi^*_T\, a^*_{i\alpha}\, a_{i\alpha}\, \psi_T \rangle, \qquad M = \langle \psi^*_T\, \sigma_i \tau_\alpha\, a_{i\alpha}\, \psi_T \rangle.$$

Nous aurons aussi à utiliser

$$H_T = \omega_0\, a^*_{i\alpha} a_{i\alpha} - g_0 \sigma_i \tau_\alpha (a^*_{i\alpha} + a_{i\alpha}), \qquad H_T \psi_T = E \psi_T.$$

Comme nous le verrons, le second membre de (1) est la somme de deux termes non négatifs. Une condition nécessaire et suffisante pour que l'approximation de couplage intermédiaire donne exactement l'état fondamental du nucléon habillé est donc que chacun de ces termes soit nul. D'après l'interprétation de Weinstein ([4]) de l'expression (1) une condition pour que l'approximation de Tomonaga soit une bonne approximation est que cette différence qui évalue $(\Delta E)^2 = (\langle \psi^*_T H \psi_T \rangle - E)^2$, soit faible devant E^2.

Étude du deuxième membre de l'égalité (1) : $N \geqq M^2/9$ car d'après l'inégalité de Schwarz

$$\langle \psi^*_T \sigma_i \tau_\alpha a_{i\alpha} \psi_T \rangle^2 \leqq \langle \psi^*_T \sigma_i \tau_\alpha \sigma_i \tau_\alpha \psi_T \rangle \langle \psi^*_T a^*_{i\alpha} a_{i\alpha} \psi_T \rangle.$$

On a également d'après l'inégalité de Schwarz

$$\left[\frac{1}{(2\pi)^3}\right]\int \omega_k^2 \Phi^2(k)\,\overrightarrow{dk} - \omega_0^2 > 0$$

et

$$\frac{1}{(2\pi)^3}\int \left(\frac{M}{3}\omega_k \Phi(k) - 3g R(k)\right)^2 \overrightarrow{dk} - \left(\frac{M}{3}\omega_0 - 3g_0\right)^2 \geqq 0.$$

Lorsque la première inégalité $N \geqq M^2/9$ devient une égalité, il en est de même

de la dernière car $\Phi(k)$ prend la forme $\Phi(k) = 9g\mathrm{R}(k)/\mathrm{M}(\omega_k - \lambda)$ donc

$$\frac{\mathrm{M}}{3}\omega_k\Phi(k) - 3g\mathrm{R}(k) = \frac{\mathrm{M}}{3}\lambda\Phi(k)$$

et

$$\frac{1}{(2\pi)^3}\int\left[\frac{\mathrm{M}}{3}\omega_k\Phi(k) - 3g\mathrm{R}(k)\right]^2 d\vec{k} = \left[\frac{\mathrm{M}}{3}\omega_0 - 3g_0\right]^2.$$

Une condition nécessaire et suffisante pour que l'approximation de Tomonaga soit exacte est donc que $\mathrm{N} = \mathrm{M}^2/9$.

Étude de la condition $\mathrm{N} = \mathrm{M}^2/9$. — La condition pour que ceci ait lieu est

(2) $$a_{i\alpha}\psi_{\mathrm{T}} = \beta\sigma_i\tau_\alpha\psi_{\mathrm{T}} \qquad (\beta \text{ étant une constante}).$$

Nous savons donc *a priori* que dans les cas limites $g + (1/g) \to \infty$ (où l'approximation de Tomonaga devient exacte pour l'état fondamental), le vecteur d'état fondamental ψ_{T} satisfaisant à

(3) $$\mathrm{H}_{\mathrm{T}}\psi_{\mathrm{T}} = \mathrm{E}\psi_{\mathrm{T}}$$

est solution du système (2). Inversement il est aisé de voir que toute solution ψ de (2) avec $\beta = g_0/\omega_0$ est solution de (3). L'équation (2) remplacera pour nous l'équation de Tomonaga (3).

Étude, résolution et discussion du système $a_{i\alpha}\psi = (g_0/\omega_0)\sigma_i\tau_\alpha\psi$. — On déduit de ce système les deux équations

(2') $$a^*_{i\alpha}a_{i\alpha}\psi = \frac{g_0}{\omega_0}\sigma_i\tau_\alpha a^*_{i\alpha}\psi,$$

(2'') $$\sigma_i\tau_\alpha a_{i\alpha}\psi = 9\frac{g_0}{\omega_0}\psi.$$

Il est clair qu'un vecteur d'état ψ satisfaisant à ces deux équations sera encore vecteur propre de H_{T} ainsi que de H. La première équation se résout aisément si l'on cherche une solution de spin et de spin isotopique $1/2$ sous la forme

$$|\psi\rangle = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{\alpha_n}{n!}(\sigma_i\tau_\alpha a^*_{i\alpha})^n|\psi_0\rangle,$$

$|\psi_0\rangle$ représentant le nucléon nu. On trouve

(4) $$|\psi\rangle = \mathrm{A}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\left(\frac{g_0}{\omega_0}\right)^n}{n!}(\sigma_i\tau_\alpha a^*_{i\alpha})^n|\psi_0\rangle \qquad (\text{A constante de normalisation}).$$

M. Lévy avait déjà indiqué cette expression ([3]) comme susceptible de donner une assez bonne approximation du vecteur d'état ψ_{T}. Examinons si l'équation (2'') est satisfaite. L'application de l'opérateur $\sigma_i\tau_\alpha a_{i\alpha}$ à ψ

donne $\sigma_i \tau_\alpha a_{i\alpha} \psi = (g_0/\omega_0)(\psi + 8\psi')$, où

$$|\psi'\rangle = \mathrm{A} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\left(\frac{g_0}{\omega_0}\right)^{2n}}{(2n+1)!} (\sigma_i \tau_\alpha a_{i\alpha}^*)^{2n} |\psi_0\rangle.$$

Cas limite $g + (1/g) \to \infty$. — Pour $g \to 0$, à l'approximation à un méson, (2″) est satisfait; ainsi ψ est vecteur propre de $\mathrm{H_T}$ et de H, la valeur propre est $\mathrm{E} = -9g_0^2/\omega_0$. Pour $g \to \infty$, $\langle \psi' | \psi' \rangle \to 0$ (à cause du facteur A), donc $\sigma_i \tau_\alpha a_{i\alpha} \psi \simeq g_0/\omega_0 \psi$. Ceci entraîne que ψ est vecteur propre de $\mathrm{H_T}$ avec la valeur propre $\mathrm{E} = -g_0^2/\omega_0$; l'étude de l'égalité (1) montre que $\Delta \mathrm{E}$ est d'ordre g donc ψ devient vecteur propre également de H. Pour g quelconque, l'inégalité de Weinstein appliquée à l'hamiltonien $\mathrm{H_T}$ et à la fonction $|\psi\rangle$ donne

$$\langle \psi^* \mathrm{H_T^2} \psi \rangle - \langle \psi^* \mathrm{H_T} \psi \rangle^2 = 64 (g_0^4/\omega_0^2) [\langle \psi'^* \psi' \rangle - \langle \psi^* \psi' \rangle^2].$$

On retrouve sur cette expression les résultats pour les cas limites $g + (1/g) \to \infty$ et l'on voit quelle est l'erreur commise sur l'énergie fondamentale de $\mathrm{H_T}$ (pour une valeur quelconque de g) lorsqu'on l'approche par

$$\langle \psi^* \mathrm{H_T} \psi \rangle = -g_0 \left[\left(\frac{g_0}{\omega_0}\right) + 8 \left(\frac{g_0}{\omega_0}\right) \langle \psi^* \psi' \rangle \right].$$

Remarquons enfin que, d'après (2′), $\lambda = (\omega_0 \mathrm{N} - g_0 \mathrm{M})/\mathrm{N} = 0$ pour toute valeur de g (6). Pour $\psi_{\mathrm{T}_1 \ldots \mathrm{T}_n}$ (7), l'analogue de (1) donne, en remplacement de (2) $\omega_k a_{i\alpha}(k) \psi_{\mathrm{T}_1 \ldots \mathrm{T}_n} = g \mathrm{R}(k) \sigma_i \tau_\alpha \psi_{\mathrm{T}_1 \ldots \mathrm{T}_n}$, qui devient satisfaite quand $\psi_{\mathrm{T}_1 \ldots \mathrm{T}_n} \to \psi$.

(*) Séance du 19 janvier 1959.

(1) M. H. Friedman, T. D. Lee et R. Christian, *Phys. Rev.*, **100**, 1955, p. 1494.
(2) S. Tomonaga, *Prog. Theor. Phys.*, 2, 1947, p. 6.
(3) *Comptes rendus*, **247**, 1958, p. 915.
(4) D. M. Weinstein, *Proc. Nat. Acad. Sc.*, **20**, 1934, p. 529.
(5) M. Lévy, *Nuovo Cimento*, 10, nº **8**, 1958, p. 92.
(6) *Voir* à ce sujet R. Stroffolini, *Phys. Rev.*, **104**, 1956, p. 1146.
(7) *Comptes rendus*, **247**, 1958, p. 808.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Sur un formalisme spinoriel réel dans la théorie de l'électron.* Note de M. **Parviz Merat**, présentée par M. Louis de Broglie.

On remplace les quatre composantes complexes du spineur de Dirac par huit composantes réelles. On introduit deux nouveaux quadrivecteurs potentiels à côté du quadrivecteur électromagnétique de l'électron sans modifier les formules de Møller et de Bhabha.

On introduit les matrices réelles Λ_r ayant huit lignes et huit colonnes satisfaisant aux relations suivantes :

(1) $$(\Lambda_r \Lambda_s + \Lambda_s \Lambda_r) = -2\delta_{rs} \qquad (r = 0, 1, \ldots, 6),$$

où δ_{rs} est le symbole de Kroneker. Il est possible de démontrer qu'il n'y a que sept matrices Λ_r linéairement indépendantes ([1]).

A l'aide de ces matrices nous écrivons le lagrangien

$$\mathcal{L}_e = -\tilde{\psi}(\Lambda_0\Lambda_4\partial_0 + \Lambda_5\Lambda_i\partial_i + \Lambda_5\Lambda_0\Lambda_4\mu)\psi, \tag{2}$$

où

$$\partial_0 = \frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}, \qquad \partial_i = \frac{\partial}{\partial x_i}, \qquad \mu = \frac{mc}{\hbar},$$

ψ est un spineur réel à huit composantes[1] et $\tilde{\psi}$ son transposé. On démontre facilement que ce lagrangien est équivalent à celui de la théorie de Dirac. Il suit que l'équation

$$(\Lambda_0\Lambda_4\partial_0 + \Lambda_5\Lambda_i\partial_i + \Lambda_5\Lambda_0\Lambda_4\mu)\psi = 0 \tag{3}$$

qui s'obtient par la variation du lagrangien $\mathcal{L}_e$ est équivalente à celle de Dirac.

2. Dans cette représentation à spineur réel de la théorie de l'électron

$$\psi \to e^{\sum_{i,j}\Lambda_i\Lambda_j\theta_{ij}}\psi \qquad \text{et} \qquad \psi \to e^{\sum_{i}\Lambda_0\Lambda_4\Lambda_5\Lambda_i\theta_i}\psi \tag{4}$$

représentent respectivement les rotations et les transformations de Lorentz.

Les transformations

$$\psi \to \pm\Lambda_5\psi \qquad \text{ou} \qquad \psi \to \pm\Lambda_1\Lambda_2\Lambda_3\psi \tag{5}$$

représentent des retournements du temps et les transformations

$$\psi \to \pm\Lambda_0\psi \qquad \text{ou} \qquad \psi \to \pm\Lambda_4\psi \tag{6}$$

représentent des retournements d'espace.

On constate que les transformations (6) de retournement d'espace correspondent aussi à la conjugaison complexe de la théorie de Dirac. Il suit que dans notre formalisme la conjugaison complexe et le retournement d'espace forment une transformation irréductible.

La transformation de jauge se fait par

$$\psi \to e^{\Sigma_{III}\theta_{III}}\psi, \qquad \Sigma_{III} = \Lambda_0\Lambda_4 \tag{7}$$

et l'on vérifie facilement que le lagrangien (2) est aussi invariant par rapport aux transformations

$$\psi \to e^{\Sigma_I\theta_I}\psi, \qquad \Sigma_I = \Lambda_4\Lambda_1\Lambda_2\Lambda_3 \tag{8}$$

et

$$\psi \to e^{\Sigma_{II}\theta_{II}}\psi \qquad \Sigma_{II} = \Lambda_3\Lambda_2\Lambda_1\Lambda_0. \tag{9}$$

Nous avons

$$\left\{\begin{array}{lll} \Sigma_{III}^2 = -1, & \Sigma_I^2 = \Sigma_{II}^2 = 1, & \\ \Sigma_{III}\Sigma_I = -\Sigma_{II}, & \Sigma_{II}\Sigma_{III} = -\Sigma_I, & \Sigma_I\Sigma_{II} = \Sigma_{III}. \end{array}\right. \tag{10}$$

3. De l'invariance par rapport aux transformations (8) et (9) et du théorème de Noether ([2]) il suit qu'à côté du courant de Dirac

$$j_{\mathrm{III}\,0} = \tilde{\psi}\psi, \qquad j_{\mathrm{III}\,i} = \tilde{\psi}\Lambda_0\Lambda_4\Lambda_5\Lambda_i\psi \tag{11}$$

il existe deux autres courants conservatifs :

$$j_{\mathrm{II}\,0} = \tilde{\psi}\Lambda_0\Lambda_4\Sigma_{\mathrm{II}}\psi, \qquad j_{\mathrm{II}\,i} = \tilde{\psi}\Lambda_5\Lambda_i\Sigma_{\mathrm{II}}\psi \tag{12}$$

et

$$j_{\mathrm{I}\,0} = \tilde{\psi}\Lambda_0\Lambda_4\Sigma_{\mathrm{I}}\psi, \qquad j_{\mathrm{I}\,i} = \tilde{\psi}\Lambda_5\Lambda_i\Sigma_{\mathrm{I}}\psi. \tag{13}$$

4. Cherchant à conserver l'invariance de la théorie de l'électron, par rapport aux transformations (8) et (9), quand l'interaction électron-champ électromagnétique est prise en considération, nous avons été amené à introduire, à côté du quadri-vecteur potentiel, électromagnétique $A_\mu = A_{\mathrm{III}\mu}$, deux autres vecteurs potentiels $A_{\mathrm{II}\mu}$ et $A_{\mathrm{I}\mu}$. Cela fait, notre lagrangien généralisé s'écrit

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_e + \sum_{a,\mu,\nu} \{ e\tilde{\psi}\Sigma_a\Gamma_\mu A_{a\mu}\psi + \partial_\mu A_{a\nu}\partial_\mu A_{a\nu} \} \tag{14}$$

où e est la charge électrique,

$$\Sigma_a = (\Sigma_{\mathrm{I}}, \Sigma_{\mathrm{II}}, \Sigma_{\mathrm{III}}), \qquad A_{a\mu} = (A_{\mathrm{I}\mu}, A_{\mathrm{II}\mu}, A_{\mathrm{III}\mu})$$

et

$$\Gamma_\mu = (\Lambda_0\Lambda_4, \Lambda_5\Lambda_i).$$

Partant de ce lagrangien nous avons calculé les sections efficaces des diffusions électron-électron et électron-positron. Nous avons strictement retrouvé les formules de Møller et Bhabha. Ces résultats et d'autres considérations nous ont amené à conclure qu'il n'est pas possible de mettre en évidence la présence ou l'absence des champs $A_{\mathrm{I}\mu}$ et $A_{\mathrm{II}\mu}$.

([1]) *Voir* G. Petiau, *La Revue Scientifique*, **83**, 1945, p. 67.
([2]) *Voir* J. Winogradzki, *Cahier de Physique*, **67**, 1956, p. 1.
([3]) C. Møller, *Ann. Physik*, **14**, 1932, p. 568.
([4]) H. J. Bhabha, *Proc. Roy. Soc.*, A **154**, 1935, p. 195.

(*Institut Henri Poincaré.*)

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Symétrie de charge pour les interactions faibles.* Note de M. **Takehiko Takabayasi**, présentée par M. Louis de Broglie.

Comme on le sait les interactions fortes satisfont à la « *symétrie de charge* ». Nous allons montrer dans cette Note que ce principe de symétrie peut être étendu aux interactions faibles, conduisant au type VA pour les interactions fermiennes.

1. D'abord nous considérons la *désintégration*-β. La forme générale du lagrangien de cette interaction est donnée par (1)

$$L = \sum_X (C_X l_X + C'_X l'_X + C^*_X l^*_X + C'^*_X l'^*_X), \tag{1}$$

avec

$$l_X = (\bar\psi_p O_X \psi_n)(\bar\psi_e O_X \psi_\nu), \qquad l'_X = (\bar\psi_p O_X \psi_n)(\bar\psi_e O_X \gamma_5 \psi_\nu).$$

L'indice X court sur S, P, T, V, A. Les conjuguées hermitiennes de l_X et de l'_X sont explicitement

$$l^*_X = (\bar\psi_n O_X \psi_p)(\bar\psi_\nu O_X \psi_e), \qquad l'^*_X = \varepsilon_X (\bar\psi_n O_X \psi_p)(\bar\psi_\nu O_X \gamma_5 \psi_e),$$

avec

$$\varepsilon_X = \begin{cases} +1 & \text{pour } X = V, A \\ -1 & \text{pour } X = S, P, T. \end{cases}$$

Le principe de la symétrie de charge signifie usuellement que le lagrangien d'interaction nucléon-pion est invariant par l'échange entre les fonctions d'onde de nucléons

$$\psi_n \rightleftharpoons \psi_p, \tag{2}$$

et la transformation simultanée des fonctions d'onde de pion telle que

$$\varphi \to \varphi^*, \qquad \varphi_3 \to -\varphi_3, \tag{3}$$

Pour étendre ce principe au cas présent, nous supposons que l'électron et le neutrino forment un *doublet de charge*, tout comme le font neutron et proton, et exigeons l'invariance de (1) par les transformations simultanées, (2) et

$$\psi_e \rightleftharpoons \psi_\nu. \tag{4}$$

Tenant compte que cette opération donne

$$l_X \rightleftharpoons l^*_X, \qquad l'_X \rightleftharpoons \varepsilon_X l'^*_X, \tag{5}$$

on voit que la symétrie de charge se réalise par

$$C_X = C^*_X, \qquad C'_X = \varepsilon_X C'^*_X. \tag{6}$$

Nous ajoutons maintenant une autre hypothèse : celle du neutrino (gauche) à deux composantes, c'est-à-dire que

$$C_X = C'_X. \tag{7}$$

(6) et (7) ensemble signifient que

$$C_X = C'_X = 0 \qquad \text{pour} \quad X = S, P, T,$$

admettant seulement les couplages V, A. Ainsi, on arrive à la forme

d'interaction :

$$L = (\psi_p \gamma_\mu (C_V - C_A \gamma_5) \psi_n)(\overline{\psi}_e \gamma_\mu (1 + \gamma_5) \psi_\nu) + \text{h. c.}, \tag{8}$$

avec les coefficients C_V et C_A réels. La condition supplémentaire

$$C_V = - C_A \tag{9}$$

impliquée dans le couplage de Feynman et Gell-Mann ([2]) ne découle pas de notre argument.

2. L'interaction de *capture de méson* μ est entièrement analogue au cas ci-dessus. Il suffit de remplacer (e, ν) par un autre doublet de charge (μ^-, ν). La symétrie de charge est alors définie par les transformations, (2) et

$$\psi_\mu \rightleftharpoons \psi_\nu. \tag{10}$$

Pour la *désintégration de méson* μ, il intervient deux neutrinos et nous devons y prêter attention : Nous partons du lagrangien écrit dans la forme

$$L = \sum_X \{ C_X(\overline{\psi}_\nu O_X \psi_\mu)(\overline{\psi}_e O_X \psi_\nu) + C'_X(\overline{\psi}_\nu O_X \psi_\mu)(\overline{\psi}_e O_X \gamma_5 \psi_\nu) \} + \text{h. c.}, \tag{11}$$

et y appliquons (4) et (10); (4) au second facteur covariant, tandis que (10) au premier facteur. On arrive ainsi au résultat tout à fait analogue à (8). Dans le cas présent, cependant, la condition du neutrino à deux composantes s'opère une fois de plus, entraînant aussi la condition (9).

3. Nous avons montré que la symétrie de charge est un principe commun aux interactions fortes et aux interactions faibles, violé seulement dans l'interaction électromagnétique. Or on sait que pour les interactions fortes cette symétrie peut être étendue à la symétrie complète dans l'espace iso-spin 3-dimensionnel (l'indépendance de charge). Pour les interactions fermiennes la généralisation aussi ample n'est pas valable, mais il en existe une de moindre étendue, comme nous allons le voir maintenant.

Décrivons les trois doublets de charge apparaissant dans les interactions fermiennes comme

$$\Psi_N = \begin{pmatrix} \psi_n \\ \psi_p \end{pmatrix}, \qquad \Psi_E = \begin{pmatrix} \psi_e \\ \psi_\nu \end{pmatrix}, \qquad \Psi_M = \begin{pmatrix} \psi_\mu \\ \psi_\nu \end{pmatrix}, \tag{12}$$

alors notre transformation de symétrie de charge est représentée par

$$\Psi_A \to \tau_1 \Psi_A, \qquad (\overline{\Psi}_A \to \overline{\Psi}_A \tau_1), \qquad (A = N, E, M). \tag{13}$$

En terme de (12), l'interaction VA de (8), e. g., se récrit comme

$$\begin{aligned} L = & (\overline{\Psi}_N \gamma_\mu (C_V - C_A \gamma_5) \tau^- \Psi_N)(\overline{\Psi}_E \gamma_\mu (1 + \gamma_5) \tau^+ \Psi_E) \\ & + (\overline{\Psi}_N \gamma_\mu (C_V - C_A \gamma_5) \tau^+ \Psi_N)(\overline{\Psi}_E \gamma_\mu (1 + \gamma_5) \tau^- \Psi_E), \end{aligned} \tag{14}$$

avec $\tau^\pm = 1/2(\tau_1 \pm \tau_2)$.

On constate que (14) est invariant par

(15) $$\Psi_A \to e^{i\lambda}(\tau_1 \cos\theta + \tau_2 \sin\theta)\Psi_A \qquad (A = N, E)$$

qui est la généralisation de (13), ainsi que par

(16) $$\Psi_A \to e^{i\lambda'}(\cos\theta' + i\tau_3 \sin\theta')\Psi_A \qquad (A = N, E).$$

Supposant chaque Ψ comme spineur dans l'espace iso-spin, (15) représente, au facteur de phase $e^{i(\lambda-\pi/2)}$ près, la rotation d'angle 180° autour de la direction qui se trouve dans le plan 1-2, s'écartant par l'angle θ du premier axe, dans cet espace. D'autre part, la transformation (16) représente, au facteur $e^{i\lambda'}$ près, la rotation d'angle θ' autour du troisième axe.

La transformation (15) n'est que

$$\begin{pmatrix}\psi_n\\ \psi_p\end{pmatrix} \to \begin{pmatrix}e^{i\alpha}\psi_p\\ e^{i\beta}\psi_n\end{pmatrix}, \qquad \begin{pmatrix}\psi_e\\ \psi_\nu\end{pmatrix} \to \begin{pmatrix}e^{i\alpha}\psi_\nu\\ e^{i\beta}\psi_e\end{pmatrix},$$
$$(\alpha = \lambda - \theta, \qquad \beta = \lambda + \theta)$$

ce qui indique que (15) est la généralisation de symétrie de charge par deux facteurs de phase arbitraires.

4. Finalement considérons la *désintégration* $\pi - \mu$ (ou $\pi - e$). Si nous supposons ce processus comme dû à une interaction directe, le lagrangien d'interaction sera donné d'une façon générale par

(17) $$L = L_S + L_V,$$

(18 *a*) $$L_S = g\bar{\psi}_\mu(1+\gamma_5)\psi_\nu\varphi^\star + g^\star\bar{\psi}_\nu(1-\gamma_5)\psi_\mu\varphi,$$

(18 *b*) $$L_V = ig'\bar{\psi}_\mu\gamma_\mu(1+\gamma_5)\psi_\nu\,\partial_\mu\varphi^\star + ig'^\star\bar{\psi}_\nu(1-\gamma_5)\gamma_\mu\psi_\mu\,\partial_\mu\varphi,$$

en admettant la condition du neutrino (gauche) à 2-composantes.

Nous y imposons l'invariance par symétrie de charge (3) et (10). On voit alors que L_S ne satisfait pas à cette invariance, tandis que L_V le fait si $g' = g'^\star$. Ainsi nous obtenons la forme unique, (18 *b*) avec g' réel, pour cette interaction.

(1) T. D. Lee et C. N. Yang, *Phys. Rev.*, 104, 1956, p. 254.

(2) R. P. Feynman et M. Gell-Mann, *Phys. Rev.*, 109, 1958, p. 193; E. C. G. Sudarshan et R. E. Marshak, *Phys. Rev.*, 109, 1958, p. 1860.

(*Institut Henri Poincaré.*)

ACOUSTIQUE. — *Focalisations d'énergie sonore dans l'atmosphère dues à l'effet du vent.* Note (*) de M. **Yves Rocard**, présentée par M. Francis Perrin.

Les variations de propagation acoustique dues à la distribution du régime des vents conduisent à des focalisations et défocalisations importantes des ondes sonores, modifiant beaucoup leur réception à grandes distances.

Dans une Note antérieure [1], nous avons attiré l'attention sur le fait que le vent variant de point en point pouvait contribuer à concentrer plus ou moins une onde sonore le long de son parcours dans l'atmosphère et nous avons indiqué une formule permettant de calculer cet effet, dans une première approximation où l'effet est considéré comme petit. Dans le cas des grands ébranlements atmosphériques à très basse fréquence se propageant à très grande distance tels l'éruption du Krakatoa (1883), le Grand Météore Sibérien (1907) ou les explosions thermonucléaires modernes, il est finalement nécessaire de traiter le problème plus à fond.

On peut considérer dans ce cas un problème cylindrique, en admettant que la Terre est plate sur quelques milliers de kilomètres, et que l'onde acoustique affecte toute la hauteur de l'atmosphère en se propageant horizontalement.

Soit C la vitesse du son, composée avec la vitesse du vent, soit x une coordonnée le long d'une trajectoire sonore qui est un arc de grand cercle à part les déviations dues au vent, soit z une coordonnée horizontale perpendiculaire à x. L'origine des x est prise à la source de l'onde. Considérons l'onde ayant parcouru x. Soit $S(x)$ la densité d'énergie dans le front d'onde. Au bout du temps dt, dx est parcouru tel que $C\,dt = dx$.

Si la propagation est régulière, uniforme, sans vent, on a

$$\frac{S(x+dx)}{S(x)} = \frac{x}{x+dx}$$

car x est aussi le rayon de courbure de l'onde, et la même énergie se répand sur un segment proportionnel à $x+dx$ au lieu de x, si l'on parcourt dx de plus. Mais si l'action du vent a été telle que le rayon de courbure de l'onde au point x est R, différent de x, on aura

$$\frac{S(R+dR)}{S(R)} = \frac{R}{R+dR}, \qquad \text{avec} \quad dR = dx.$$

Le rapport $[S(R+dx)/S(R)]/[S(x+dx)/S(x)]$ est le facteur par lequel la propagation a renforcé l'énergie de l'onde sur le parcours dx, par rapport à ce qui se serait produit dans une propagation sans vent. Ce facteur vaut

$$1 + dx\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{R}\right).$$

Si pour tous les éléments dx du parcours nous multiplions tous ces facteurs, nous obtenons un *facteur total de renforcement* qui vaut

$$\boxed{e^{\int_0^x \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{R}\right) dx}.} \qquad (1)$$

Il reste à obtenir $1/R$ en fonction de la distribution des vents. Au point x, considérons le front d'onde avec la courbure R : s'il passe par les points $x = 0$,

$z = dz$ et $x = 0$, $z = -dz$, il est en avance en $z = 0$ de la quantité $\varepsilon = (dz)^2/2\mathrm{R}$. Au bout du temps dt, tel que $\mathrm{C}\,dt = dx$, s'il n'y avait pas de vent, toutes les longueurs ε, dz et R, se seraient dilatées dans le rapport $[(1 + (dx/\mathrm{R})]$.

Mais il y a du vent, et en particulier, la vitesse aux points $\pm dz$ est

$$c + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 c}{\partial z^2}(dz)^2 \quad (^2).$$

Ceci permet de calculer le nouveau rayon de courbure R′ par l'équation

$$\varepsilon' = \frac{\left[dz\left(1 + \frac{dx}{\mathrm{R}}\right)\right]^2}{2\mathrm{R}'} = \frac{\left[dz\left(1 + \frac{dx}{\mathrm{R}}\right)\right]^2}{2\mathrm{R}\left(1 + \frac{dx}{\mathrm{R}}\right)} - \frac{1}{2}\frac{\partial^2 c}{\partial z^2}(dz)^2\,dt$$

qui se réduit à

$$\frac{1}{\mathrm{R}'} = \frac{1}{\mathrm{R}} + d\left(\frac{1}{\mathrm{R}}\right) = \frac{1}{\mathrm{R} + dx} - \frac{1}{c}\frac{\partial^2 c}{\partial z^2}dx$$

ou encore

$$\boxed{\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{\mathrm{R}}\right) = -\frac{1}{\mathrm{R}^2} - \frac{1}{c}\frac{\partial^2 c}{\partial z^2}.} \qquad (2)$$

La considération des équations (1) et (2) résout notre problème.

D'un point de vue pratique, il faut évaluer $(1/c)\,(\partial^2 c/\partial z^2)$ d'après les données des cartes météorologiques, pour le jour et l'heure choisis. Supposons qu'on puisse admettre que de $x = x_1$ à $x = x_2$, $(1/c)\,(\partial^2 c/\partial z^2)$ ait une valeur constante a. On peut employer alors la solution suivante.

Posons $(1/x) - (1/\mathrm{R}) = h$, (2) devient

$$\frac{dh}{dx} + \frac{2h}{x} - h^2 = a$$

dont la solution est une série

$$h = \frac{ax}{3} + \frac{a^2 x^3}{45} + \frac{2a^3 x^5}{945} + \frac{a^4 x^7}{4\,725} + \ldots.$$

Dans ces conditions, le facteur de concentration d'énergie pour le trajet de $x = x_1$ à $x = x_2$ vaut

$$e^{\int_{x_1}^{x_2} h\,dx} = e^{\left[\frac{a}{6}(x_2^2 - x_1^2) + \frac{a^2}{180}(x_2^4 - x_1^4) + \frac{a^3}{2\,835}(x_2^6 - x_1^6) + \frac{a^4}{37\,800}(x_2^8 - x_1^8) + \ldots\right]}.$$

Les applications donnent des résultats assez divers suivant les cas météorologiques qui se présentent ; un facteur de 1/3 à 3 sur 5 000 km de propagation n'est pas rare.

(*) Séance du 19 janvier 1959.

(¹) *Comptes rendus*, **246**, 1958, p. 2111.

(²) Un terme en $\pm(\partial c/\partial z)\,dz$ qui existe aussi fait seulement tourner le rayon sans changer la courbure du front d'onde.

MAGNÉTISME. — *Contribution des réflexions de Bragg à la relaxation de la résonance paramagnétique électronique du sodium.* Note (*) de M. **André Bassompierre**, présentée par M. Louis de Broglie.

D'après la théorie d'Elliott ([1]) la relaxation de la résonance paramagnétique électronique dans le sodium métallique est due à l'interaction des électrons et des phonons. L'hamiltonien pour un électron, contenant le couplage spin-orbite, est invariant dans les inversions et le renversement du temps; il en résulte qu'à chaque quasi-moment k d'un électron correspondent deux spineurs de même énergie. Cette dégénérescence est levée par le champ magnétique H_0, et les collisions avec les phonons induisent des transitions entre ces deux états. Nous négligeons d'autres causes de relaxation, telles que l'effet des impuretés ou les collisions entre électrons.

Nous avons obtenu une fonction d'onde électronique par la méthode cellulaire de Bardeen ([2]), en supposant que l'ion Na^+ crée un potentiel coulombien de charge efficace $Z = (2,34)e$. Cette valeur de Z donne pour l'énergie électronique le même résultat que celui obtenu par Wigner ([3]). La validité de cette approximation résulte de ce que le rayon de la sphère de Wigner est grand devant le rayon de l'ion.

La fonction d'onde peut être exprimée simplement avec les fonctions de Laguerre L_3^1 et L_4^3 :

$$\varphi = N[u(r) + i(k.r)v(r)]\,e^{ik.r - 0,78r},$$

où

$$u(r) = 2,47 - 3,85r + r^2,$$
$$v(r) = 7,78 - 5,92r + r^2$$

(l'unité de longueur est le rayon de Bohr et N est le coefficient de normalisation dans une cellule).

Le couplage spin-orbite peut être introduit par un calcul de perturbation du premier ordre. Celui-ci donne des combinaisons interbande entre éléments ayant le même k. Si α et β sont les deux fonctions de spin, la fonction d'onde prend la forme

$$\{[u(r) + i(k.r)v(r) + a(k \times r)_z v(r)]\,\alpha + a(k \times r)_{x+iy} v(r)\,\beta\}\,e^{ik.r - 0,78r}$$

(Oz est dirigé suivant H_0).

Soit V le potentiel périodique auquel est soumis l'électron dans le solide. Chaque cellule étant neutre, V est le potentiel de l'ion Na^+. Si nous supposons que l'ion vibre sans être déformé, l'opérateur d'interaction électron-phonon est

$$\sum_{q,n} F(q)\,e^{iq.l_n}.\left[\nabla V + \frac{h}{4m^2c^2}(\nabla\nabla V \times p).\sigma\right]$$

où F est le vecteur de polarisation du phonon, q son vecteur d'onde et d_n le vecteur de position d'un ion du cristal. Nous ne conserverons que le premier terme, qui est diagonal par rapport au spin (le second ne deviendrait important que pour des métaux lourds, puisqu'il croît comme Z^3).

Si k et k' sont les quasi-moments d'un électron avant et après une collision, on a $k'-k=q+K$, où K est un vecteur du réseau réciproque. Pour $K=0$, les collisions sont de type N et pour $K\neq 0$, elles sont de type U. Ces dernières font donc intervenir des réflexions de Bragg.

Le temps de relaxation spin-réseau T_1 (égal à $T_2=10^{-8}$ s) est proportionnel à l'inverse de la probabilité P de transition $k\rightarrow k'$ avec renversement d'un spin et création d'un phonon.

$$P=A\left|\int u(r)\,v(r)\,(F.\nabla V)\,[(k+k')\times r]_{x+iy}\,e^{i(k'-k).r}\,d\tau\right|^2.$$

Le coefficient A est le même pour les deux types de collision. L'intégration est effectuée dans une cellule. Pour comparer les contributions dues aux processus N et U, nous avons substitué dans cette intégrale les valeurs moyennes correspondantes de $k'-k$ et $k'+k$ sur la sphère de Fermi. Le réseau cristallin du sodium étant cubique centré, le réseau réciproque est cubique à face centrée et il existe douze directions K. Nous supposons ces directions équivalentes. Soit θ l'angle entre k et k'. Aux températures de l'ordre de la température de Debye (160°), θ varie entre 0 et 78°6′ pour les collisions N et entre 78°6′ et 180° pour les collisions U. Nous obtenons ainsi

$$\frac{T_{1_U}}{T_{1_N}}=\frac{P_N}{P_U}=3,24$$

(le temps de relaxation observé est tel que $1/T_1=1/T_{1_N}+1/T_{1_U}$).

Les collisions U sont donc efficaces à température élevée. A basse température, il existe peu de phonons de fréquences assez grandes pour réaliser des collisions U. D'autre part, k et k' sont alors dans des régions opposées de la sphère de Fermi et $k+k'$ est voisin de zéro. Ainsi à basse température les collisions U ne participent plus à la relaxation.

D'après cette analyse, en mesurant la variation du temps de relaxation T_1 en fonction de la température, on pourra vérifier si les collisions U disparaissent à basse température.

(*) Séance du 12 janvier 1959.

(1) R. J. Elliot, *Phys. Rev.*, 96, 1954, p. 226.
(2) J. Bardeen, *J. Chem. Phys.*, 6, 1938, p. 367.
(3) E. Wigner, *Phys. Rev.*, 43, 1933, p. 804.
(4) G. Feher, *Phys. Rev.*, 98, 1955, p. 337.

(*Laboratoire d'Électronique et Radioélectricité, Fontenay-aux-Roses, B. P.* n° 9, *Seine.*)

ÉLECTROMAGNÉTISME. — *Propriétés magnétiques des couches très minces de nickel.* Note (*) de MM. **Guy Goureaux** et **Antoine Colombani**, présentée par M. Gustave Ribaud.

Les résultats que nous présentons concernent les mesures d'effet Hall des couches minces de nickel ([1]) que nous avons étendues au domaine des très faibles épaisseurs. Certains phénomènes non signalés jusqu'à présent ont pu être mis en évidence.

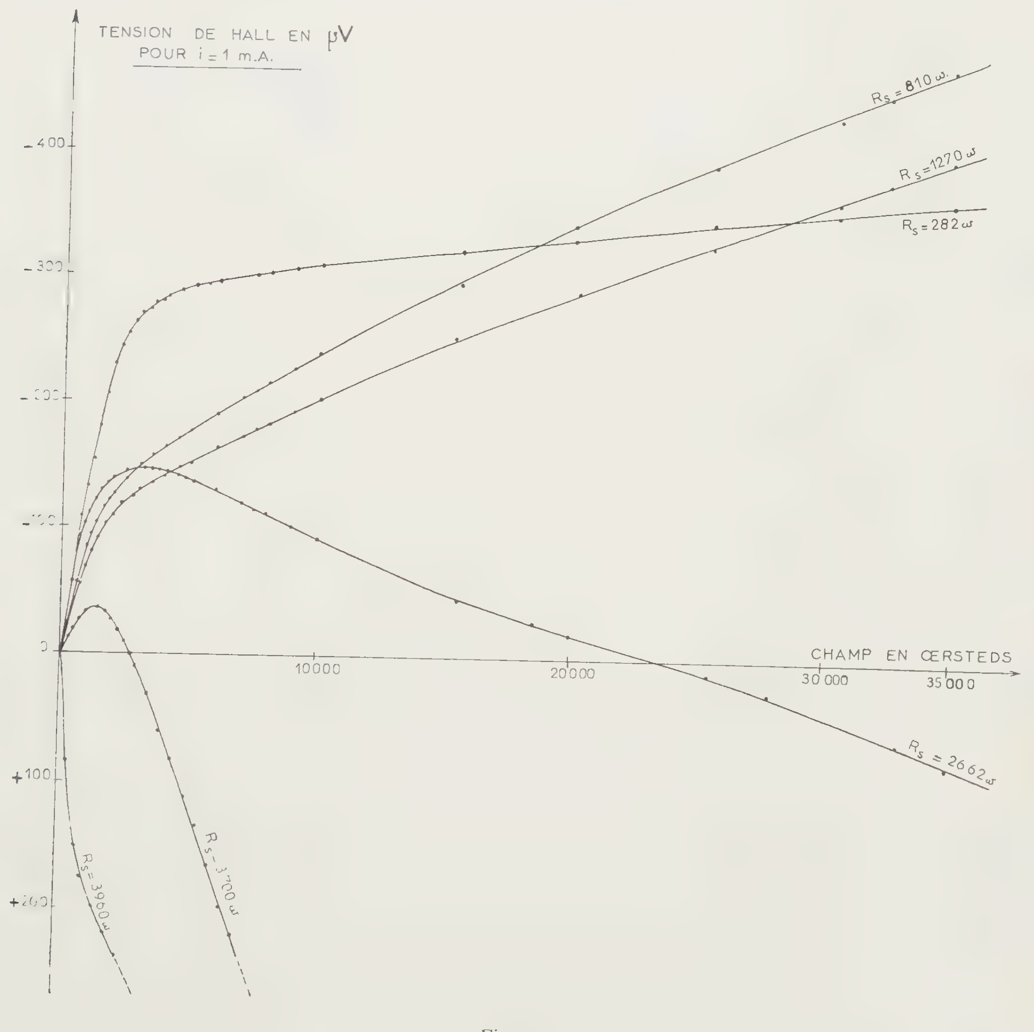


Fig. 1.

Tout d'abord les courbes d'effet Hall (tension de Hall dans un champ magnétique perpendiculaire au dépôt en fonction du champ) tracées pour diverses épaisseurs (*fig.* 1) indiquent des inversions dans des champs d'autant plus

faibles que l'épaisseur est minime (pour les valeurs de la résistance superficielle supérieures à 1 000 Ω environ, les dépôts ont une épaisseur inférieure à 20 Å).

A partir des courbes d'effet Hall, nous avons également tracé les variations des constantes d'aimantation R_1 (extraordinaire) et de champ R_0 (ordinaire) (*fig.* 2). La première R_1 présente au voisinage de 100 Å un maximum et décroît

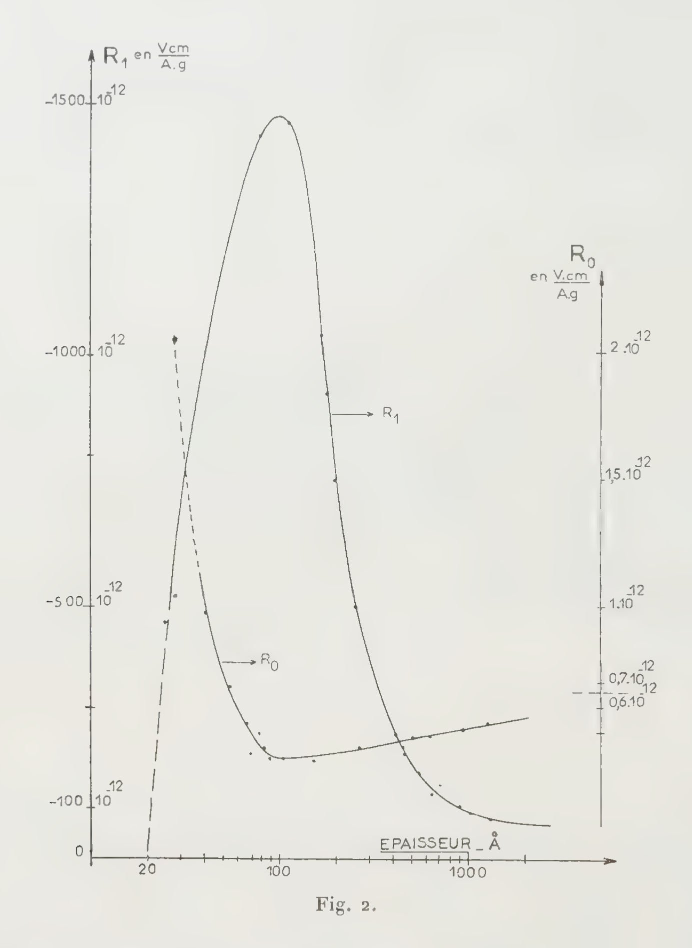


Fig. 2.

rapidement aux épaisseurs inférieures. La seconde R_0 présente en même temps un léger minimum puis croît au-dessous de 100 Å et change de signe pour des épaisseurs plus faibles.

Nous avons déjà mentionné ([2]) qu'au-dessous de 100 Å le point de Curie ferromagnétique subit une chute très rapide avec l'épaisseur (*fig.* 3).

Nous ne nous appesantirons *pas pour l'instant* sur les raisons qui motivent les inversions du phénomène de Hall aux très faibles épaisseurs. Aux fortes épaisseurs, on retrouve les constantes usuelles du nickel massif $R_0 = -0{,}66 \cdot 10^{-12}$ V.cm/A.g et $R_1 = -75 \cdot 10^{-12}$ V.cm/A.g.

Si l'on suppose négligeable la part apportée par la bande $3d$ à la conduction, la valeur R_0 nous donne le nombre d'électrons par unité de volume dans

la bande $4s$: $N_s = 1/eR_0$. D'où l'on déduit le nombre n_s d'électrons par atome dans la bande $4s$: pour les fortes épaisseurs on trouve $n_s = 1,16$ et pour le minimum de R_0 au voisinage de 100 Å : $n_s = 1,56$. Comme de toute évidence $n_s = 0,6$ ([3]) il n'y a pas d'autre alternative que de supposer avec Pugh et Rostocker ([4]) que la bande $3d$ intervient par ses trous dans la conduction. La

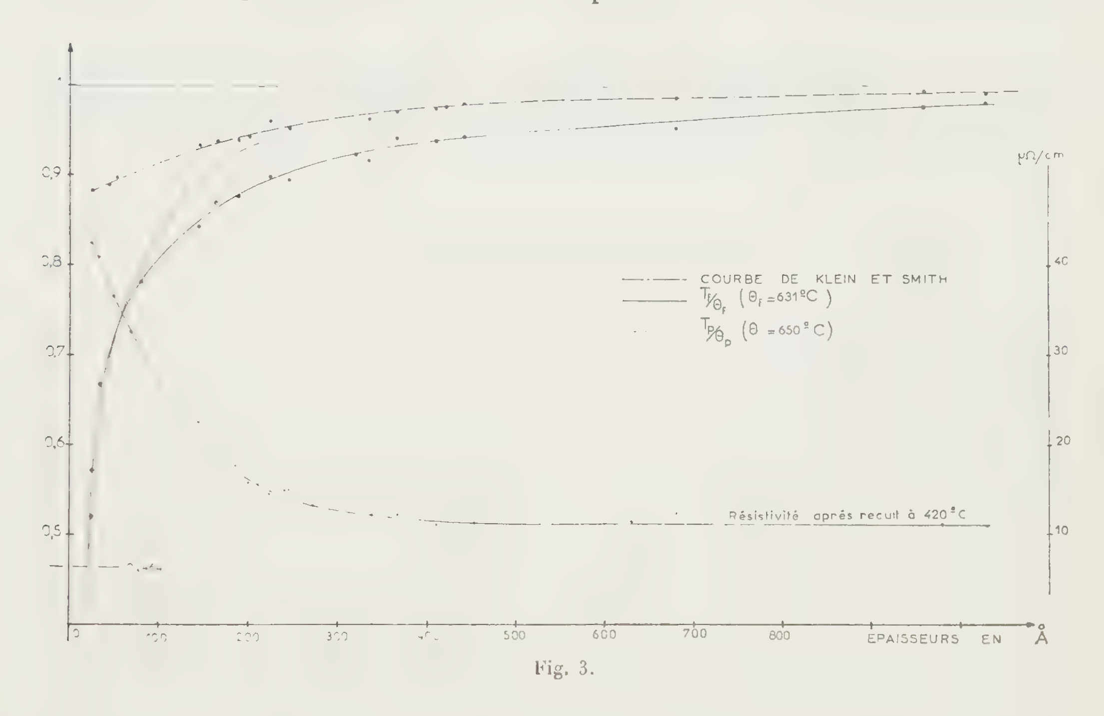


Fig. 3.

conductivité totale σ est la somme de celle due aux électrons $4s$ et aux trous $3d$:

$$\sigma = \sigma_s + \sigma_d.$$

Soient n_p et n_a les nombres par atome des électrons $3d$ dont les spins sont parallèles et antiparallèles au champ. Nous admettrons

$$n_p - n_a = 0,6 = n_s.$$

D'autre part si l'on appelle n_d le nombre de trous par atome dans la bande $3d$ et n'_s le *nombre apparent* d'électrons dans la bande de conduction tel que le donnerait $R_0 = -1/n'_s Ne$, on trouve avec $n_s = n_d$:

$$n_s = \frac{n'_s(\sigma_s - \sigma_d)}{\sigma}.$$

Aux fortes épaisseurs, on obtient $\sigma_d/\sigma_s = 0,3$ (valeur usuelle obtenue par Pugh). Au minimum $\sigma_d/\sigma_s = 0,5$.

Il y a constamment présence de deux conductibilités, celle par trous finissant par être prépondérante aux très faibles épaisseurs d'où un effet Hall positif.

(*) Séance du 19 janvier 1959.

(1) G. GOUREAUX, P. HUET et A. COLOMBANI, *Comptes rendus*, 247, 1958, p. 189.

(2) A. COLOMBANI et G. GOUREAUX, *Comptes rendus* 246, 1958, p. 1979.

(3) N. T. MOTT, *Proc. Phys. Soc. London*, 47, 1935, p. 571.

(4) E. M. PUGH, ROSTOCKER et A. SCHINDLER, *Phys. Rev.*, 80, 1950, p. 688-692.

PHYSIQUE QUANTIQUE MOLÉCULAIRE. — *Une étude des petites variations de la fréquence $\nu_{C=O}$ du groupe carbonyle.* Note de M. **SAVO BRATOŽ** et Mme **SYLVETTE BESNAINOU**, présentée par M. Louis de Broglie.

Un intérêt considérable a été porté à l'étude des petites variations de la fréquence carbonyle $\nu_{C=O}$. Cette fréquence étant une des fréquences des plus caractéristiques du spectre infrarouge, on a souvent négligé les perturbations vibratoires; les petites variations de la fréquence $\nu_{C=O}$ vis-à-vis de celle des cétones saturées ont été, en conséquence, attribuées aux variations de la constante de force $K_{\nu C=O}$. Cette hypothèse ne paraît pas toujours justifiée : les déplacements $\Delta_{\nu C=O}$ à expliquer sont du même ordre de grandeur que ceux dûs à une modification de la structure moléculaire sans changement de la constante de force $K_{\nu C=O}$. On a donc procédé à une analyse vibratoire approchée (1), (2) permettant de séparer les deux effets concourants.

Pour pouvoir résoudre ce problème, il faut tout d'abord le définir d'une façon plus précise. Le problème consiste à explorer l'origine des déplacements de la fréquence $\nu_{C=O}$ des différents corps carbonylés vis-à-vis de celle d'un composé carbonylé pris comme corps de référence et considéré comme non perturbé. Normalement, on attribue cette propriété aux cétones saturées qui absorbent au voisinage de 1706 cm^{-1}. Le problème ainsi posé, il faut : *a*. Choisir les modèles qui représentent des différents groupes des corps carbonylés; *b*. Calculer les fréquences $\nu_{C=O}$ de ces modèles en utilisant la constante de force $K_{\nu C=O}$ des cétones saturées (environ 10.10^5 dyne.cm^{-1}). La différence $\nu_{C=O}^{\text{Modèle}}$ (corps étudié) — $\nu_{C=O}^{\text{Modèle}}$ (cétones saturées) est une mesure des perturbations vibratoires; *c*. Ajuster la constante de force $K_{\nu C=O}$ pour obtenir l'accord entre les fréquences calculées et les fréquences observées. La différence $K_{\nu C=O}$ (corps étudié) — $K_{\nu C=O}$ (cétones saturées) est une mesure des perturbations électroniques.

La solution des problèmes *a* et *c* est relativement facile sauf en ce qui concerne le choix de certains paramètres, notamment des constantes de force de déformation. On les a estimées de façon raisonnable; il ne semble pas que l'erreur provenant de cette approximation soit appréciable. Le problème *b* c'est-à-dire le calcul des fréquences $\nu_{C=O}$ associées à ces modèles est, par contre, plus difficile. On pourrait, en toute rigueur, procéder à un calcul exact en se servant des machines électroniques telles que le calculateur IBM 704. Mais on

ne l'a pas fait pour deux raisons : 1° le calcul des éléments g^{ik} reste relativement long, faute de programme permettant de les calculer automatiquement; 2° le calcul exact ne permet pas de décomposer la fréquence carbonyle $\nu_{C=O}$ en des contributions provenant respectivement du vibrateur $\nu_{C=O}$ libre et d'autres vibrateurs. En conséquence, on n'est pas en mesure de juger l'importance de certains paramètres mal connus. On a donc préféré une méthode approchée tenant compte des interactions importantes d'une façon exacte et calculant l'effet des interactions faibles par la théorie des perturbations ([3]). On a pu vérifier que l'emploi de cette méthode n'entraîne pas dans le cas étudié de grosses erreurs.

TABLEAU I.

Composé.	Fréquence calculée avec $K_{\nu C=O}$. 10.10^5 dyne.cm^{-1} (cm^{-1}).	Fréquences expérimentales (cm^{-1}).	Constantes de force (en 10^5 dyne cm^{-1}).
Cétones saturées	1706	1705-1725	10,0-10,3
» non saturées	1717	1650-1700	9,0- 9,8
» halogénées	1705	1725-1765	10,3-10,9
Cyclobutanone	1752	1775	10,3
Aldéhydes	1689	1720-1740	10,4-10,6
Acides monomères	1712	1760	10,6
Esters	1709	1735-1750	10,4-10,6
Quinones ortho (ν sym.)	1767	–	–
» » (ν antisym.)	1680	1660-1690	9,7-10,1
» para (ν sym. et antisym)	1696	1660-1690	9,5- 9,9

Les résultats de cette étude sont contenus dans le tableau I. On se rend facilement compte que la perturbation vibratoire est faible dans le cas des cétones non saturées, ces cétones halogénées des esters et des acides monomères. D'où la conclusion que, dans ces cas, les petites variations de la fréquence carbonyle reflètent, en gros, les variations de la constante de force $K_{\nu C=O}$. On a la conclusion inverse dans le cas de la cyclobutanone : l'accord entre la théorie et l'expérience qu'on trouve si l'on calcule le déplacement de la fréquence $\nu_{C=O}$ en gardant la constante de force $K_{\nu C=O}$ inchangée conduit à la conclusion que l'effet est surtout vibratoire. Ceci est dû au fait que le changement d'angle influence fortement le couplage entre le vibrateur $\nu_{C=O}$ et les vibrateur ν_{C-C} adjacents. Or, cette perturbation représente la seule perturbation vibratoire importante. Ce résultat ([1]), ([4]) est valable pour les cyclanones en général. En effet si l'on calcule sur le modèle

```
   O
   ‖
   C
  / \
 C   C
```

la dépendance de la fréquence $\nu_{C=O}$ avec le nombre d'atomes de carbone dans le cycle

en gardant la constante de force $K_{\nu C=O}$ toujours la même et égale à celle des cétones saturées, on trouve un bon accord entre le calcul et l'expérience. On a négligé, pour la simplicité des calculs, les deux vibrateurs $\delta C\begin{smallmatrix} \nearrow O \\ \searrow C \end{smallmatrix}$. Les aldéhydes (²) et les quinones représentent, de toute évidence, les cas intermédiaires, la perturbation électronique et la perturbation vibratoire étant du même ordre de grandeur. Il est intéressant de remarquer que la constante de force $K_{\nu C=O}$ des aldéhydes (10,4-10,6 dyne cm^{-1}) est intermédiaire entre celle des cétones saturées ($\sim 10,1.10^5$ dyne cm^{-1}) et celle de la formaldéhyde ($10,8.10^5$ dyne cm^{-1}). On note aussi que la constante de force $K_{\nu C=O}$ des quinones ortho diffère quelque peu de celle des quinones para, la première étant plus proche de celle des cétones saturées que la seconde.

Le tableau ne contient pas de composés qui comportent des cycles chélatés.

(¹) HALFORD, *J. Chem. Phys.*, 24, 1956, p. 830.
(²) MIYAZAWA, *J. Chem. Soc. Japan, Pure Chem. Soc.*, 77, 1956, p. 366.
(³) BRATOŽ, *J. Chem. Phys.*, 23, 1955, p. 159.
(⁴) CASTINEL, CHIURDOGLU, JOSIEN, LASCOMBE, VANLANDUYT, *Bull. Soc. Chim. France*, 1958, p. 807.

ÉLECTRO-OPTIQUE. — *Variation thermique de l'effet Kerr d'un isolant visqueux soumis à un champ électrique alternatif.* Note de MM. **Jacques Rabinovitch** et **Jean Michel**, présentée par M. Gaston Dupouy.

L'étude électro-optique d'un isolant à base de diphényle polychloré, particulièrement visqueux, utilisé dans les condensateurs, nous a été suggérée par l'examen des courbes de variation de la permittivité de ce produit en fonction de la fréquence du champ électrique appliqué et de la température.

Lorsqu'on soumet un liquide polaire de forte viscosité à un champ électrique alternatif, sa permittivité est fonction de la fréquence de ce champ dans un domaine de températures relativement restreint. Cela tient au fait que l'orientation des dipôles est totalement gênée aux basses températures où le coefficient de viscosité est très grand et qu'aux températures élevées, la viscosité devenant faible, l'agitation thermique détruit la tendance à l'orientation. Pour une fréquence donnée, la permittivité du liquide peut donc, dans l'intervalle de températures où sa polarisation dipolaire est sensible, passer par un maximum très accusé.

Les mesures sont relativement aisées sur certains liquides très visqueux utilisés comme isolants électriques. C'est ainsi qu'un mélange de chlorobenzène et de diphényles chlorés (dénommé Pyralène 1476) présente une dispersion anormale de la permittivité, dans un domaine de fréquences et températures facilement accessibles (¹).

La présence dans ce produit de noyau benzéniques ou diphényles fait prévoir un effet Kerr électro-optique important, et les variations de viscosité en fonction de la température doivent vraisemblablement agir sur la

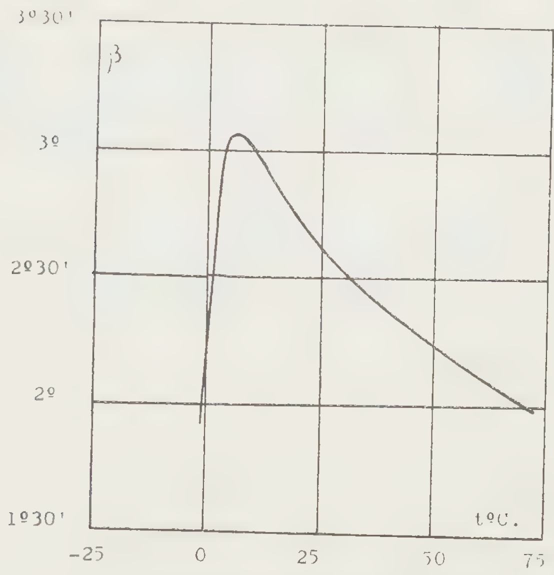


Fig. 1. — Angle de biréfringence β pour 660 Hz.

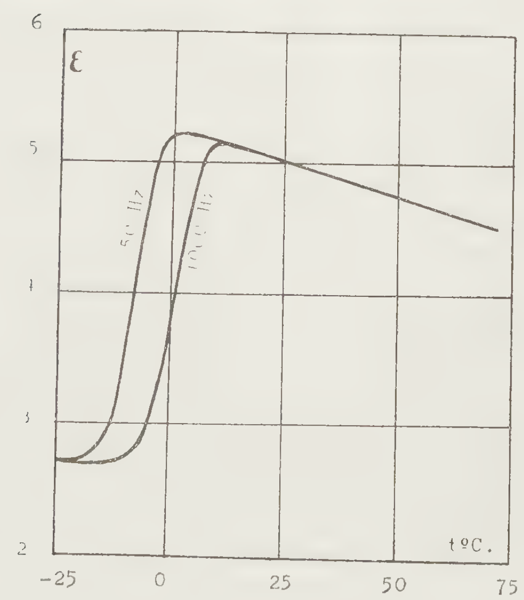


Fig. 2. — Permittivité ε pour 50 Hz et pour 1000 Hz (d'après documentation Prodélec).

valeur de la biréfringence électrique dans le même sens que sur la permittivité.

La cellule de Kerr à enveloppe thermostatique que nous avons réalisée,

remplie de ce Pyralène, a été soumise à un champ alternatif entre électrodes de 10^4 V efficaces par centimètre, de fréquence 660 Hz. Les mesures faites pour la raie verte du mercure, montrent que dans l'intervalle de températures exploré (-5 à $+90°$ C) un maximum très net de la biréfringence se situe vers 7° C (*fig.* 1).

L'examen des courbes de variation thermique de la permittivité pour diverses fréquences (*fig.* 2), permet de situer, par interpolation, pour la fréquence 660 Hz utilisée dans nos expériences, le maximum de la permittivité entre 6 et 7° C.

La vérification expérimentale à laquelle nous nous sommes livrés a donc été concluante. Une étude ultérieure nous indiquera si cet accord subsiste pour d'autres fréquences du champ électrique appliqué à la cellule.

(1) Coquillion, *Rev. Gén. Électr.*, 58, 1949, p. 30; 61, 1952, p. 205.

PHYSIQUE NUCLÉAIRE. — *Distributions et corrélations angulaires dans la réaction* $^{10}B(d, p)^{11}B$. Note (*) de MM. **Serge Gorodetzky**, **Michel Croissiaux**, **André Gallmann**, **Pierre Fintz**, **Jacques Samuel** et **Georges Frick**, présentée par M. Louis de Broglie.

Nous avons étudié les distributions angulaires des protons relatifs aux niveaux de 4,46 et 5,03 MeV du ^{11}B dans la réaction $^{10}B(d, p)^{11}B$ et ensuite certaines corrélations angulaires $p-\gamma$ pour ces deux niveaux.

Des deutérons de 1,225 MeV déviés par une déflexion magnétique à 90° bombardaient une cible isotopique de ^{10}B. Pour la détection des protons, nous avons utilisé un scintillateur plastique de 14 mm de diamètre et 1 mm d'épaisseur, monté sur un photomultiplicateur RCA 6342. Les deux pics correspondant aux deux niveaux de 4,46 et 5,03 MeV étaient alors très bien séparés; c'est ce qui nous a permis d'étudier ces deux niveaux de façon simultanée. Les rayons γ étaient détectés par un cristal de NaI (Tl) de 2″ de diamètre et de 2″ de longueur.

Pour les distributions angulaires, nous avons utilisé une boîte (1) de 10 cm de rayon, percée tous les 10 degrés d'un trou de 10 mm de diamètre. La boîte était sous vide et les trous étaient fermés par une feuille de Mylar. Pour vérifier le centrage, nous avons mesuré la distribution des protons allant au niveau fondamental de ^{11}B dans la même réaction à $E_d = 1,06$ MeV; notre résultat est en accord avec les courbes déjà trouvées par d'autres auteurs dans les mêmes conditions (2), (3).

Pour les corrélations angulaires $p-\gamma$, l'axe du compteur proton faisait un angle de 20° avec la direction du faisceau de deutérons. Les impulsions de coïncidence venant d'un circuit de type rapide-lent (4) déclenchaient sur un analyseur RIDL à 100 canaux les impulsions du canal proton. Avant de mesurer

les diverses corrélations, nous avons vérifié le centrage du compteur mobile (compteur γ) par l'isotropie de la distribution angulaire du rayon γ de 3,09 MeV de la réaction $^{12}C(d, p)^{13}C$.

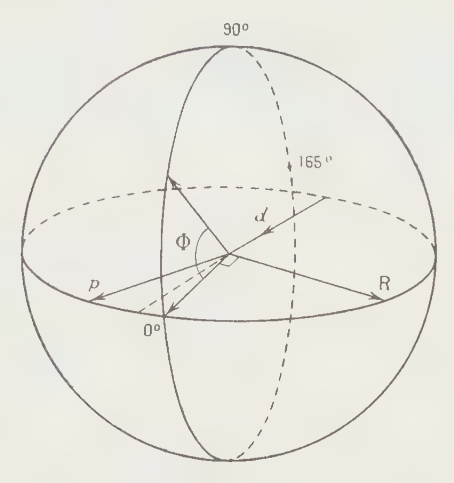
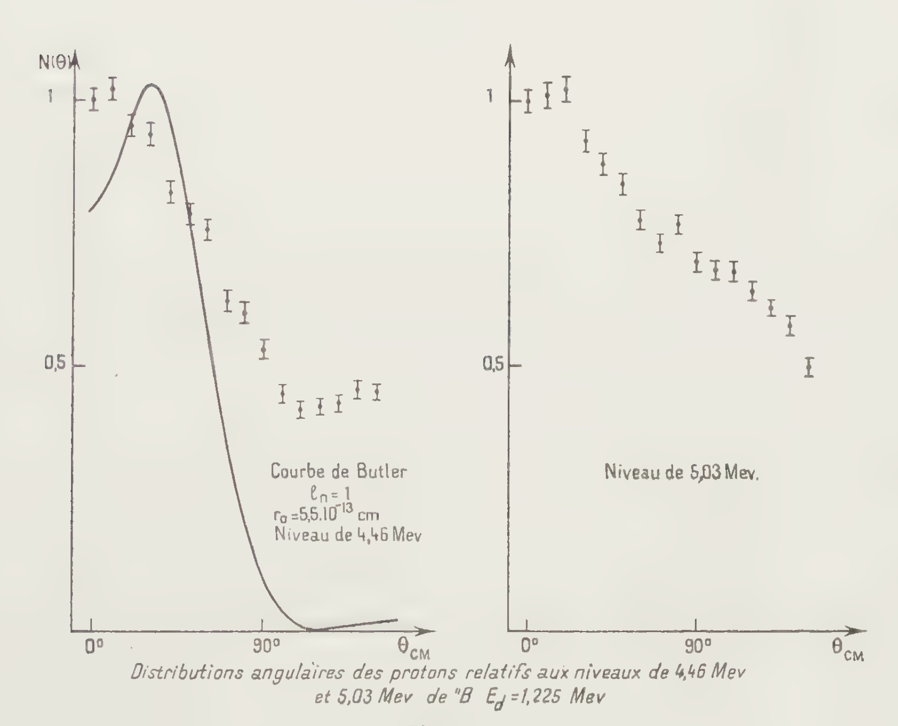


Fig. 1.



Distributions angulaires des protons relatifs aux niveaux de 4,46 Mev et 5,03 Mev de ¹¹B $E_d = 1{,}225$ Mev

Fig. 2.

Nous avons mesuré les corrélations, d'une part dans le plan $d-p$ (θ est l'angle entre les rayons γ et la direction du noyau de recul), d'autre part dans le plan perpendiculaire à la direction du noyau de recul (*fig.* 1).

Résultats et discussion. — Les résultats sont indiqués sur les figures 2 et 3.

A. *Distributions angulaires.* — Selon Evans et Parkinson ([5]) le neutron est capturé avec un moment orbital $l_n = 1$ pour les deux niveaux. Les deux courbes expérimentales présentent un maximum vers l'avant. Cependant la courbe relative au niveau de 4,46 MeV présente un minimum vers 110° qui correspond davantage à celui de la courbe théorique de Butler. Il semble donc que la contribution du « stripping » soit plus importante pour le niveau de 4,46 MeV que pour celui de 5,03 MeV.

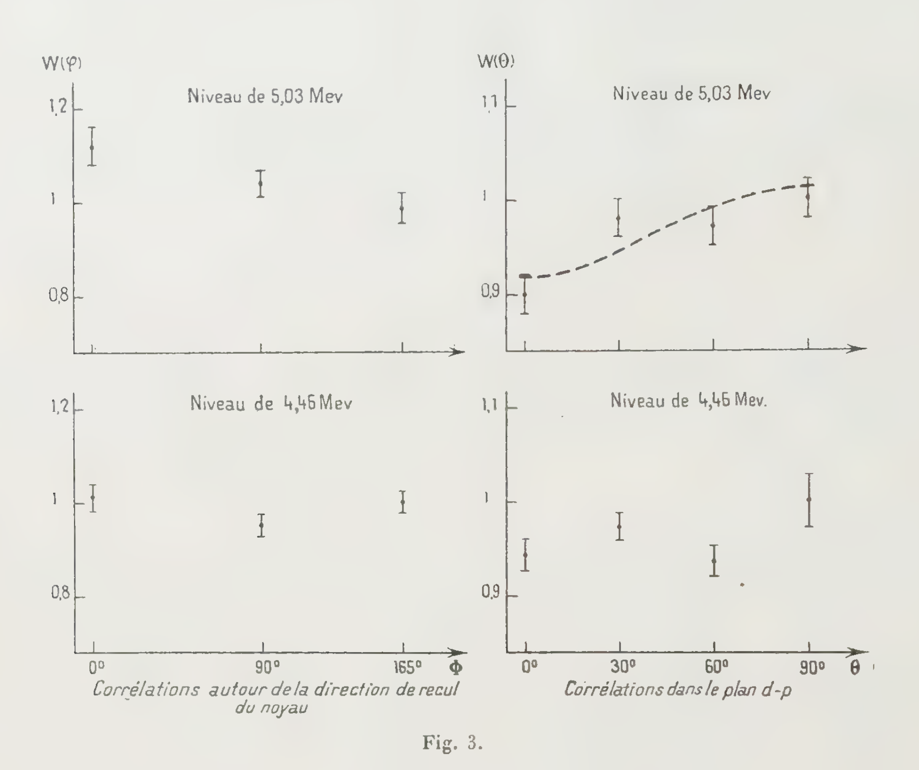


Fig. 3.

B. *Corrélations angulaires.* — Les deux corrélations relatives au niveau de 4,46 MeV peuvent être considérées comme isotropes à ± 2 % près. L'isotropie pourrait être expliquée par J = 1/2 pour le moment angulaire du niveau de 4,46 MeV. Ce résultat serait en accord avec les courbes expérimentales de Cox et Williamson ([6]), mais en contradiction avec $l_n = 1$ proposé par Evans. L'accord avec Evans pourrait cependant être obtenu s'il y avait « spin-flip » comme dans le cas du niveau de 2,14 MeV de ^{11}B suivant l'explication de Wilkinson ([7]). D'autres valeurs pourraient être valables, par exemple s'il y a en même temps « stripping » et formation de noyau composé. Pour le niveau de 5,03 MeV, la méthode des moindres carrés appliquée à la courbe de corrélation dans le plan $d-p$, donne, si l'on tient compte des corrections d'angle solide :

$$W(\theta) = 1 - (0,06 \pm 0,04)\,P_2.$$

La corrélation dans le plan perpendiculaire à la direction de recul du noyau, également anisotrope, n'est pas symétrique par rapport à cette direction.

Quelles que soient les hypothèses sur la formation de ce niveau, nous pensons que le moment angulaire est différent de 1/2, puisque les corrélations ne sont pas isotropes.

Nous nous proposons d'étudier ces mêmes niveaux à une énergie de bombardement plus grande, où les conditions d'application de la théorie de Butler sont meilleures.

(*) Séance du 22 décembre 1958.

(1) A. GALLMANN, *Thèse*, Strasbourg, 1957.

(2) W. C. REDMAN, *Phys. Rev.*, 79, 1950, p. 6.

(3) W. H. BURKE, J. R. RISSER et G. C. PHILIPS, *Phys. Rev.*, 93, 1954, p. 188.

(4) S. GORODETZKY, A. GALLMANN, M. CROISSIAUX et R. ARMBRUSTER, *Nuclear Physics*, 6, 1958, p. 517.

(5) N. T. S. EVANS et W. C. PARKINSON, *Proc. Phys. Soc.*, 67 A, 1954, p. 684.

(6) S. A. COX et R. M. WILLIAMSON, *Phys. Rev.*, 105, 1957, p. 1799.

(7) D. H. WILKINSON, *Phys. Rev.*, 105, 1957, p. 666.

PHYSIQUE DU MÉTAL. — *Comparaisons entre l'amortissement du fer électrolytique et du fer de zone fondue.* Note (*) de MM. **FRANCIS DABOSI, BERNARD MIGAUD** et **JEAN TALBOT**, présentée par M. Georges Chaudron.

Nous nous sommes proposés d'étudier, par des mesures de frottement interne, quelques propriétés du fer électrolytique et du fer de zone fondue, préparés au Laboratoire de Vitry (1).

Le pendule de torsion utilisé est analogue à celui réalisé par Kê (2). L'échantillon est un fil, long de 25 cm et de 32/100e de millimètre de diamètre. La fréquence d'oscillation est ainsi de 0,4 Hz. L'amortissement est exprimé par la quantité $Q^{-1} = \delta/\pi$, δ étant le décrément logarithmique des oscillations libres du pendule.

Les échantillons sont recuits longuement à 850° C dans l'hydrogène pur et sec puis refroidis lentement dans le four. On sait que, dans ces conditions, le fer électrolytique et le fer de zone fondue, ne présentent aucun phénomène de vieillissement aussi bien par mesure des caractéristiques mécaniques (3) que par mesure de résistivité à basse température (4); après ce traitement thermique, la quantité de carbone maintenue en solution serait donc nulle.

La figure 1 représente la variation de l'amortissement interne en fonction de la température à laquelle la mesure est effectuée. L'amortissement est calculé pour une valeur déterminée de l'amplitude de torsion.

On constate que le frottement interne ne varie pas quand la température

de la mesure augmente. En particulier, on n'observe pas de maximum dû au carbone dissous qui, pour la fréquence utilisée, devrait apparaître à 32°,5 C. Ce résultat confirme donc les conclusions établies par d'autres méthodes [3], [4].

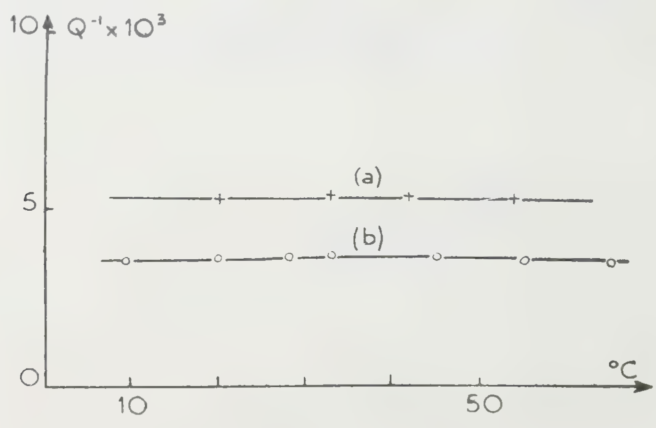


Fig. 1. — Influence de la température de mesure sur l'amortissement. (*a*) fer de zone fondue; (*b*) fer électrolytique.

La figure 1 montre également que, dans les mêmes conditions expérimentales, le fer de zone fondue a un amortissement supérieur à celui du fer électrolytique.

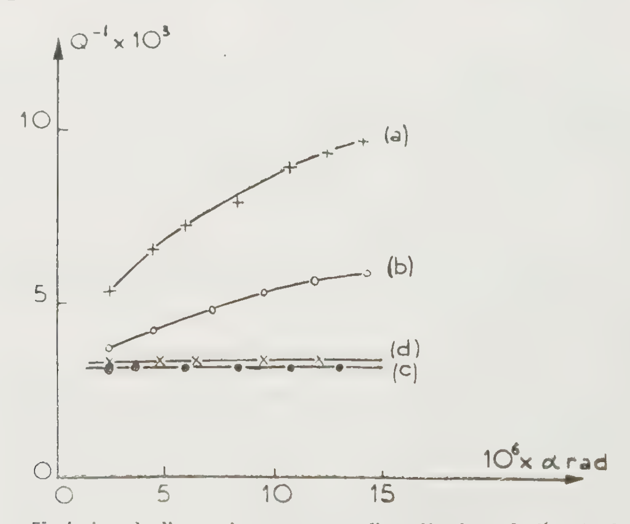


Fig. 2. — Variation de l'amortissement avec l'amplitude α de l'angle de torsion. On a rapporté α à la surface externe du fil. (*a*) fer de zone fondue; (*b*) fer pur électrolytique; (*c*) fer électrolytique contenant 0,040 % C; (*d*) fer Armco.

Dans une seconde série d'expériences, nous avons observé la variation de l'amortissement interne en fonction de l'amplitude.

La figure 2 représente les courbes de Q^{-1} en fonction de l'angle de

torsion α maximum calculé sur la surface externe du fil. La courbe *a* est relative au fer de zone fondue, tandis que la courbe *b* se rapporte au fer électrolytique. L'amortissement a été mesuré à 32,5° C. On constate que la variation de Q^{-1} avec α est la plus importante pour le fer de zone fondue.

Quand la pureté du métal diminue, par exemple dans le cas du fer électrolytique contenant 0,04 % de carbone (courbe *c*) ou de fer Armco (courbe *d*), Q^{-1} ne varie pratiquement plus avec α, tout au moins dans le domaine d'amplitudes considéré.

L'examen macrographique des fils montre la cristallisation à gros grains du fer de zone fondue, chaque grain pouvant avoir jusqu'à 2 ou 3 mm de long; par contre, les cristaux des trois autres échantillons étudiés ont des dimensions comparables entre elles, mais plus petites, de l'ordre du 1/10e de millimètre. Cependant, la comparaison des courbes *b* et *c* de la figure 2 montre que pour une grosseur de grain identique, le métal le plus pur présente un amortissement nettement plus élevé.

En conclusion, il semble bien que la forte variation de l'amortissement obtenue avec le fer de zone fondue soit liée à sa très haute pureté. D'autres facteurs peuvent également intervenir en particulier les défauts du réseau (5) ou les parois de Bloch (8) dont nous nous proposons de préciser les rôles respectifs sur l'amortissement.

(*) Séance du 19 janvier 1959.

(1) J. Talbot, *Thèse*, Paris, 1955; J. Talbot, Ph. Albert et G. Chaudron, *Comptes rendus*, 244, 1957, p. 1577.

(2) T. S. Kê, *Phys. Rev.*, 71, 1947, p. 533.

(3) B. Migaud et J. Talbot, *Comptes rendus*, 244, 1957, p. 1771.

(4) B. Migaud et M. Wintenberger, *Comptes rendus*, 246, 1958, p. 425.

(5) T. A. Read, *Trans. A. I. M. E.*, 143, 1941, p. 30 et *Phys. Rev.*, 58, 1940, p. 371

(6) M. Kornetzki, *Z. Physik*, 121, 1943, p. 560.

(*Laboratoire de Vitry, du Centre national de la Recherche scientifique.*)

CHIMIE MINÉRALE. — *Préparation et quelques propriétés de l'alumine colorée, non-stœchiométrique.* Note de MM. **François Juillet**, **Marcel Prettre** et **Stanislas Teichner**, présentée par M. Paul Pascal.

Il est bien établi que la réactivité physico-chimique des solides imparfaitement cristallisés ou dotés de surface spécifique élevée est plus grande que celle que présentent les mêmes solides mais bien organisés, à l'état non divisé (1). C'est ainsi que l'un de nous (2) a pu ramener à l'état métallique une fraction importante de nickel dans l'oxyde de nickel de large surface spécifique, en chauffant l'oxyde à 400° C sous la pression

de 10^{-6} mm Hg, bien que les données thermodynamiques exigent une pression de 10^{-28} mm Hg pour que l'équilibre soit déplacé vers le nickel métallique ([3]).

Lorsqu'il s'agit d'oxydes réfractaires comme l'alumine, difficilement réductibles, le traitement thermique dans le vide poussé doit pouvoir entraîner la formation, sinon de l'aluminium métallique, du moins celle d'un oxyde nettement non-stœchiométrique qui de ce fait serait un semi-conducteur du type *n*. Comme nous n'avons pas observé de non-stœchiométrie en s'adressant à des alumines finement divisées, mais relativement bien cristallisées, nous avons soumis au traitement thermique dans le vide poussé une alumine *amorphe*, de large surface spécifique.

Le méthylate d'aluminium très pur, préparé selon la méthode décrite par l'un de nous ([4]), est porté à 150-200°C et soumis pendant 4 h à l'action de l'air saturé à 20°C de vapeur d'eau ([5]). Au terme de cette hydrolyse ménagée l'échantillon est désorbé sous vide à 200°C. Il est alors constitué par de l'alumine hydratée dont la teneur en eau est d'environ 0,6 mol H_2O par Al_2O_3. L'examen aux rayons X autorise à attribuer à cette alumine le qualificatif d'amorphe. La surface spécifique de l'échantillon varie, suivant la préparation, entre 200 et 400 m^2/g. Les dosages microanalytiques de carbone tombent dans le domaine de l'erreur de la méthode.

Lorsque l'alumine hydratée amorphe est chauffée dans le vide poussé (10^{-6} mm Hg) vers 500°C elle devient grise, puis tout à fait noire après quelques heures de ce traitement. Cette évolution n'est observée qu'à partir de 450°C. Une température trop élevée risque d'entraîner une diminution excessive de la surface spécifique par frittage et une recristallisation. L'alumine noire ne contient sensiblement plus d'eau et possède un net déficit en oxygène.

L'alumine noire se dissout aisément dans une solution aqueuse d'acide chlorhydrique avec un dégagement gazeux qui a été identifié comme celui d'hydrogène. Il est évident que si la teinte noire de l'alumine était due au carbone, celui-ci ne saurait disparaître au terme de l'attaque acide. La différence avec l'alumine stœchiométrique est que cette dernière se dissout dans l'acide chlorhydrique sans libération de gaz. Comme il est en effet précisé plus loin, le traitement de l'alumine noire dans l'air ou dans l'oxygène à 500° C entraîne la disparition du déficit stœchiométrique et le retour à la coloration blanche. L'alumine ainsi traitée se dissout dans l'acide sans dégagement gazeux. La dissolution de l'alumine noire dans l'acide nitrique ne s'accompagne non plus d'un départ d'hydrogène en raison des propriétés oxydantes de cet acide. La dissolution dans l'acide chlorhydrique doit pouvoir ainsi s'exprimer par l'équation réactionnelle :

$$Al_2O_{3-x} + 6\,ClH = 2\,Cl_3Al + (3-x)\,H_2O + x\,H_2.$$

Étant donné les propriétés réductrices de l'alumine noire en milieu acide il a été possible de déterminer le déficit en oxygène par manganimétrie. Le permanganate consommé correspond à un déficit de 0,043 atomes

d'oxygène par molécule Al_2O_3. L'alumine noire non-stœchiométrique pourrait donc être représentée par la formule $Al_2O_{2,96}$.

La non-stœchiométrie a été également directement évaluée à l'aide de la balance Mc Bain ([2]). L'alumine noire placée dans la nacelle et suspendue au ressort de quartz redevient blanche après le chauffage à 500° C sous pression d'oxygène de 170 mm environ. Le gain de poids enregistré est de 0,65 % et correspond à 0,04 atomes d'oxygène par Al_2O_3. L'accord avec le dosage manganimétrique est ainsi excellent.

Il est nécessaire de préciser que l'alumine noire, non-stœchiométrique, est obtenue également dans un appareil en pyrex entièrement scellé, sans robinet ni graisse, avec une pompe à diffusion de mercure et un piège à azote liquide. L'oxydation de l'échantillon à 500° C par de l'oxygène pur entraîne la disparition de la coloration que fait réapparaître un deuxième traitement dans le vide. Ce ne sont donc pas les vapeurs organiques provenant de la graisse ou de l'huile de la pompe à diffusion qui sont responsables de la réduction partielle de l'alumine, comme le suggèrent certains auteurs pour l'oxyde de titane ([6]).

Les mesures de conductivité électrique qui seront exposées dans une prochaine Note montrent que l'alumine non-stœchiométrique est un semi-conducteur du type *n*. Pour vérifier que la coloration de cette alumine est due aux niveaux énergétiques situés au-dessous de la bande de conductivité, donneurs d'électrons quasi libres, et non pas au carbone par exemple, les expériences suivantes ont été imaginées. Une très petite quantité de zinc a été distillée dans le vide sur l'échantillon de l'alumine noire placé à la balance Mc Bain. L'alumine a été ensuite oxydée à 500° C et un gain de poids de 0,65 % a été enregistré. Dans cette étape l'oxyde de zinc formé a dû diffuser dans le réseau d'alumine. Lorsque le vide a été de nouveau réalisé à 500° C une perte de poids de 0,65 % a été observée mais l'alumine est restée blanche. D'après les travaux sur les semi-conducteurs à valence contrôlée l'introduction d'un cation de valence plus faible dans le semi-conducteur du type *n* entraîne la disparition d'électrons quasi-libres ([7]). Ce phénomène peut être représenté par l'équation réactionnelle

$$\underset{\text{colorée}}{Al_2^{+++}O_{2,96}^{--}(e)_{0,08}^{-}} + x\,Zn^{++}O^{--} = \underset{\text{non colorée}}{Al_2^{+++}Zn_{0,08}^{++}Zn_{x-0,08}^{++}O_{2,96+x}^{--}}$$

qui traduit en même temps la disparition de la coloration malgré le déficit de l'échantillon en oxygène. Une oxydation ultérieure à 500° C produit de façon identique un gain de poids de 0,65 %. Enfin une longue désorption sous vide poussé conduit, par l'élimination du zinc, à de l'alumine noire.

Il apparaît ainsi qu'une alumine colorée, nettement non-stœchiométrique, puisse être préparée à condition de s'adresser à un oxyde d'aluminium amorphe.

(1) S. J. GREGG, in *Surface phenomena in chemistry and biology*, p. 195, Pergamon Press, 1958.

(2) S. J. TEICHNER et J. A. MORRISON, *Trans. Farad. Soc.*, 51, 1955, p. 961; S. J. TEICHNER, R. P. MARCELLINI et P. RUÉ, *Advances in Catalysis*, 9, 1957, p. 458.

(3) F. D. RICHARDSON et J. H. JEFFES, *J. Iron Steel Inst.*, 160, 1945, p. 261.

(4) S. TEICHNER, *Comptes rendus*, 237, 1953, p. 810 et 900.

(5) B. IMELIK, M. V. MATHIEU, M. PRETTRE et S. TEICHNER, *J. Chim. Phys.*, 51, 1954, p. 651.

(6) J. GEBHARDT et K. HERRINGTON, *J. Phys. Chem.*, 62, 1958, p. 120.

(7) K. HAUFFE et A. C. VIERK, *Z. Physik Chem.*, 196, 1950, p. 160.

CHIMIE MINÉRALE. — *Action du gaz sulfhydrique sur le métavanadate de sodium.* Note (*) de MM. **ABEL BUISINE** et **GABRIEL TRIDOT**, présentée par M. Georges Chaudron.

Le gaz sulfhydrique agit sur le métavanadate de sodium en donnant le métadithiovanadate de sodium VS_2ONa, à l'exclusion du mono et du trithiosel. La vitesse de sulfuration varie exponentiellement avec la température.

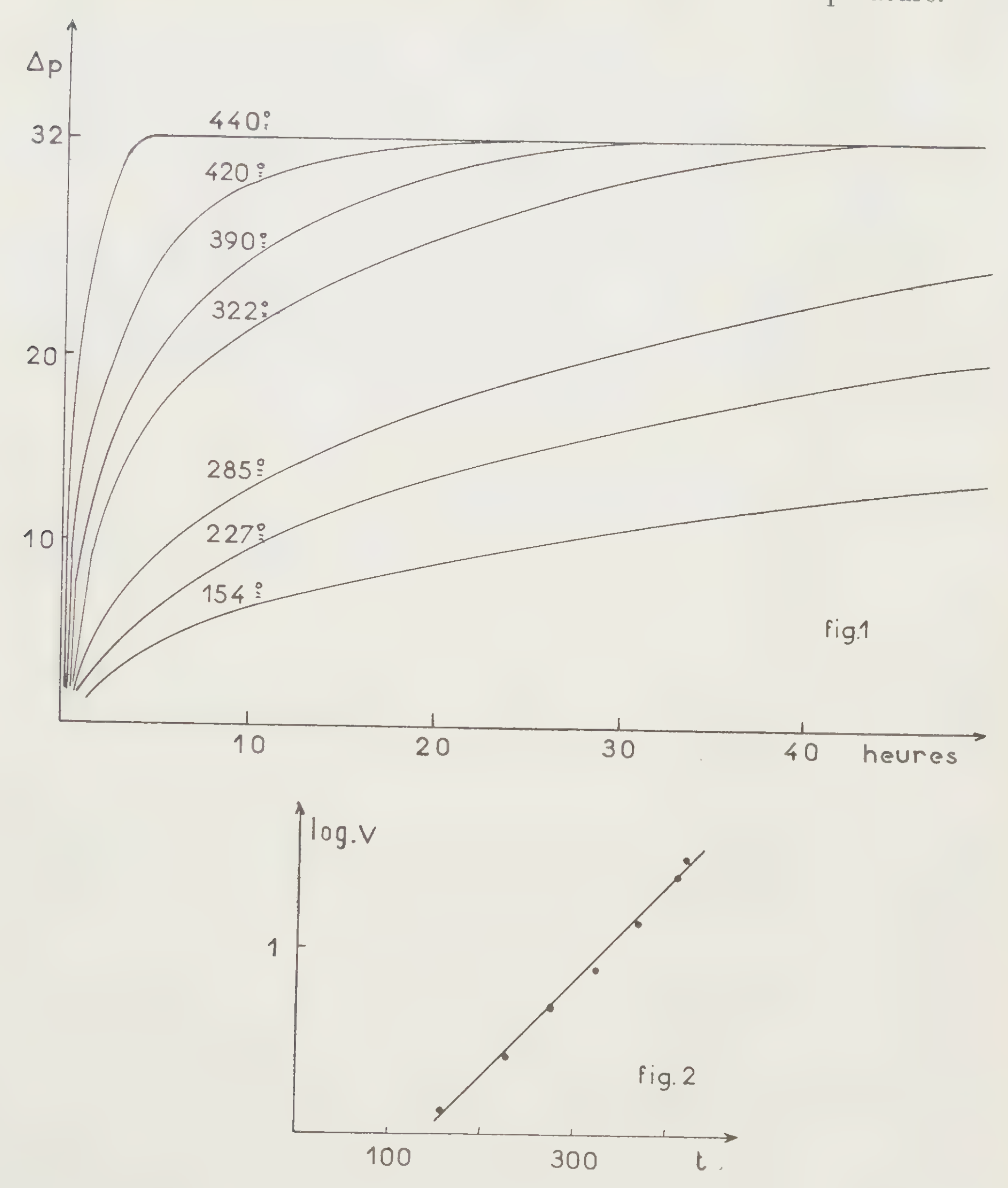
On ne connaît, comme dérivé sulfuré du métavanadate, que le thiosel hydraté $VS_3NH_4, 2H_2O$ (1). Locke (2) a montré l'action sulfurante de l'hydrogène sulfuré sur l'ortho- et le pyrovanadate de sodium; la mesure de l'augmentation de poids correspondrait à la substitution par le soufre de 3 et 5 atomes d'oxygène respectivement; par contre, la sulfuration du métavanadate n'est pas mentionnée. Nous avons repris l'étude systématique de ces réactions en nous attachant plus particulièrement au rôle de la température, et en contrôlant nos résultats par l'analyse chimique et radiocristallographique.

La sulfuration du métavanadate est réalisée dans un four maintenu à température constante et parcouru par un courant d'hydrogène sulfuré avec un débit de 1,5 l/h. Ce débit reste le même pour toute l'étude. La nacelle, contenant au départ le métavanadate de sodium, est pesée à intervalles réguliers, ce qui donne l'augmentation de poids en fonction du temps et, par conséquent, en fonction du volume de gaz sulfhydrique. La réaction s'accompagne d'un dégagement de vapeur d'eau.

Les résultats sont reportés sur le réseau de courbes (*fig.* 1), en ordonnées, les augmentations de poids ramenées à 1 mol-g de métavanadate de sodium, en abscisses, le temps en heures, chaque courbe correspondant à une température déterminée.

L'étude de ces courbes montre que la limite de la sulfuration reste la même quelle que soit la température choisie, et correspond exactement à la substitution de 2 atomes d'oxygène par du soufre. D'autre part, la sulfuration croît rapidement avec la température. La pente de la tangente à l'origine des courbes de la figure 1 représente la vitesse initiale de sulfu-

ration $(\partial\Delta p/\partial t)_0$. La figure 2, $\log(\partial\Delta p/\partial t)_0$ en fonction de la température montre que la vitesse varie exponentiellement avec la température.



L'analyse chimique du résidu de sulfuration, portant sur le soufre et le vanadium, donne les résultats suivants :

	S %.	V %.
Calculé pour VS_2ONa	41,6	33,1
Trouvé sur le produit de sulfuration......	41,5	33,4

Il s'agit du métadithiovanadate de sodium.

L'examen radiocristallographique indique que la sulfuration affecte les raies caractéristiques du métavanadate; celles-ci disparaissent complètement au terme de la réaction au profit d'un nouveau système de raies : celui du métadithiovanadate. De plus, ce sel possède des propriétés chimiques analogues à celles des autres thiovanadates connus, notamment sa solubilité dans l'eau avec forte hydrolyse et passage du vanadium à l'état tétravalent; l'attaque acide de la solution fraîchement préparée donne naissance à un précipité noir de sulfure.

En conclusion, la sulfuration par l'hydrogène sulfuré du métavanadate de sodium conduit exclusivement au métadithiovanadate VS_2ONa, sans passage intermédiaire par le monothiosel, ni substitution totale des oxygènes par le soufre, ce qui montre que deux oxygènes occupent une position particulière dans le métavanadate de sodium.

(*) Séance du 19 janvier 1959.

(1) FERNANDES, *Atti. Accad. Lincei*, 8, 1928, p. 234.

(2) LOCKE, *Amer. Chem. J.*, 20, 1898, p. 373.

(*Laboratoire de Chimie appliquée, Faculté des Sciences, Lille.*)

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur une synthèse d'acétals β-acétyléniques, et sur leur hydrogénation en acétals cis-β-éthyléniques.* Note de MM. **Marc Henri Durand** et **Léon Piaux**, présentée par M. Marcel Delépine.

L'action du bromacétal sur les dérivés lithiés des carbures acétyléniques, au sein du dioxanne bouillant, permet d'obtenir les diéthylacétals des aldéhydes β-acétyléniques, $R-C\equiv C-CH_2-CH(O-C_2H_5)_2$, identifiés par hydrogénation en acétals saturés. Par semi-hydrogénation, on a pu parvenir aux acétals cis-β-éthyléniques correspondants.

Les aldéhydes β-acétyléniques ont été peu étudiés jusqu'ici (1), et ceux d'entre eux qui ont été isolés à l'état libre par Herbertz (2) se sont montrés particulièrement altérables, se résinifiant rapidement.

Les éthers-oxydes des énols correspondants, ou éthoxy-1 ènes-1 ynes-3 $R-C\equiv C-CH=CH-OC_2H_5$ sont mieux connus : le plus simple, l'éthoxybutényne dérivé du β-butynal $CH\equiv C-CH_2-CHO$, a été découvert par Viguier (3) en faisant agir la potasse fondue, vers 180°, sur le diéthylacétal de l'α-butynal ou aldéhyde tétrolique.

Il s'agit là d'une véritable transposition de Favorsky, que nous avons pu généraliser sur quelques homologues non ramifiés (4).

Une autre variante de cette transposition classique a été observée dès 1940 par A. E. Favorsky et P. A. Tikholomov (5), qui ont obtenu des aldéhydes

β-acétyléniques ramifiés (α-méthylsubstitués) en faisant agir le fluorure de bore sur certains époxydes α-acétyléniques et α-méthylsubstitués.

De son côté, Herbertz ([2]) a préparé le méthoxy-1 butène-1 yne-3 par addition d'alcool méthylique au diacétylène (butadiyne), et effectué la synthèse de quelques éthoxy-énynes homologues par action d'alcoylhalogènes sur le dérivé sodé de ce composé acétylénique vrai. C'est précisément par hydrolyse de ces composés qu'il a isolé les aldéhydes libres instables.

Le seul acétal β-acétylénique connu jusqu'à présent a été isolé par Wiemann et Chaperon ([6]) dans l'action de la potasse aqueuse sur l'acétal crotonique monobromé, méthode voisine de celle qui avait permis à Viguier ([3]) de préparer l'acétal de l'α-butynal, obtenu également à côté de son isomère par Wiemann et Chaperon. La séparation des deux isomères s'est avérée difficile et en est restée incomplète, mais leur identification a pu être précisée, notamment par emploi de la spectrographie Raman complétant l'étude chimique.

Nous avons tenté d'obtenir ces acétals β-acétyléniques par synthèse, en faisant réagir l'acétal diéthylique α-monobromé sur les dérivés métalliques des hydrocarbures acétyléniques, suivant l'équation de réaction :

$$R-C\equiv C-M + Br-CH_2-CH(OC_2H_5)_2 \rightarrow BrM + R-C\equiv C-CH_2-CH(OC_2H_5)_2.$$

Nous avons d'abord constaté que la réaction, essayée avec le dérivé sodé dans l'ammoniac liquide, n'avait pas lieu, conformément aux observations antérieures ([1]) qui ont montré que seuls les dérivés halogénés du type $R-CH_2-CH_2-X$, X étant l'halogène, étaient capables de réagir dans ces conditions.

Après plusieurs tentatives infructueuses, à des températures variées, dans des solvants et avec des dérivés métalliques également variés, nous avons constaté que la réaction se produisait, à condition d'opérer dans le dioxanne bouillant, avec le dérivé lithié du carbure, légèrement soluble dans ce solvant ([7]) et en présence d'une petite quantité de cuivre en poudre jouant vraisemblablement un rôle catalytique. Notre travail est actuellement terminé dans deux cas :

a. En partant du pentyne vrai, nous avons obtenu le diéthoxy-1.1 heptyne-3 : $C_3H_7-C\equiv C-CH_2-CH(OC_2H_5)_2$, soit $C_{11}H_{20}O_2$, $É_{16}$ 98° ; n_D^{18} 1,4370 ; d_4^{18} 0,875 ; R. M. calculé 54,3 ; trouvé 54,9.

Analyse : calculé %, C 71,70 ; H 10,95, trouvé %, C 72,02 ; H 11,10.

Semicarbazone, F 137°.

L'hydrogénation catalytique, sur le nickel de Raney, à la pression atmosphérique et à la température ordinaire, a permis de fixer la quantité théorique (4 atomes d'hydrogène par molécule) et a conduit au diéthylacétal de l'heptanal, déjà décrit.

La semi-hydrogénation, faite avec le palladium selon Lindlar, dans les mêmes conditions expérimentales, nous a donné l'acétal β-éthylénique sous la

forme cis, diéthoxy-1.1 heptène : $C_3H_7—CH=CH—CH_2—CH(OC_2H_5)_2$, soit $C_{11}H_{22}O_2$, $É_{15}$ 90-91°; n_{19}^{D} 1,4215; d_4^{19} 0,850; R. M. calculé 55,81; trouvé 55,83.

Analyse : calculé %, C 70,91; H 11,88; trouvé %, C 70,96; H 12,05.

b. A partir de l'hexyne-1, nous avons obtenu le diéthoxy-1.1 octyne-3, $C_4H_9—C\equiv C—CH_2—CH(OC_2H_5)_2$, soit $C_{12}H_{22}O_2$, $É_{0,2}$ 66-67°; $É_{16}$ 113-114°; n_{19}^{D} 1,4380; d_4^{19} 0,874; R. M. calculé 58,9; trouvé 59,4.

Analyse : calculé %, D 72,67; H 11,18; trouvé %, C 72,84; H 11,02.

L'hydrogénation totale au nickel de Raney, qui constitue un dosage approximatif de la triple liaison, a conduit au diéthylacétal de l'octanal, $C_7H_{15}—CH(OC_2H_5)_2$, identifié par passage aux dérivés cristallisés de l'aldéhyde : semicarbazone F 99° (au lieu de 98°), 2.4-D N P H F 105-106°.

La semi-hydrogénation, avec le palladium de Lindlar, nous a permis d'obtenir l'acétal cis-β-éthylénique correspondant, ou diéthoxy-1.1 octène-3, $C_4H_9—CH=CH—CH_2—CH(OC_2H_5)_2$, soit $C_{12}H_{24}O_2$, E_{16} 105-107°; n_{22}^{D} 1,427; d_4^{22} 0,846, d'où nous tirons : R. M. calculé 60,4; trouvé 60,8.

Analyse : calculé %, C 71,94; H 12,07; trouvé %, C 72,21; H 12,27.

L'étude spectrographique de ces composés a été faite, pour l'infrarouge, par M. Henry, du laboratoire de M. Barchewitz; pour l'effet Raman, seuls les acétals acétyléniques ont pu jusqu'ici être étudiés, avec l'aide de M. Gaudemar, du laboratoire de M. Prévost.

Ces études ont confirmé, dans l'ensemble, les constitutions envisagées, mais elles ont montré, notamment dans l'étude des fréquences voisines de 1 600-1 700 cm^{-1}, la présence dans les acétals β-acétyléniques d'une certaine proportion des éthoxyénynes précédemment étudiés par nous ([4]), dont les raies principales ont été retrouvées à quelques cm^{-1} près. Étant donné l'intensité particulièrement forte de l'absorption et de la diffusion chez ces composés renfermant deux liaisons multiples conjuguées, la proportion présente ne doit pas dépasser 10 %, et le voisinage des points d'ébullition rend illusoire toute tentative de séparation par distillation. La présence de ces éthoxyénynes dans les acétals permet également de comprendre l'excès sur la théorie (10 % environ) observée lors de la mesure de la quantité d'hydrogène absorbé dans l'hydrogénation totale.

Il est vraisemblable que la présence de ces éthoxyénynes résulte du clivage bien connu du bromacétal en éther vinylique bromé $Br—CH=CH—O—C_2H_5$, lequel réagirait avec le dérivé métallique du carbure acétylénique pour donner précisément cet éthoxyényne suivant la réaction :

$$R—C\equiv C—Li + Br—CH=CH—O—C_2H_5 \rightarrow BrLi + R—C\equiv C—CH=CH—O—C_2H_5.$$

L'un de nous poursuit ces recherches, dans le double but de généraliser la réaction de synthèse des acétals β-acétyléniques, et d'utiliser leur semi-hydro-

génation en vue d'aboutir à un mode de préparation nouveau des aldéhydes β-éthyléniques encore peu connus.

(1) R. A. Raphaël, *Acetylenic Compounds in organic Synthesis*, London, 1955, p. 2 et 74.
(2) T. Herbertz, *Chem. Ber.*, 85, 1952, p. 475.
(3) P. L. Viguier, *Ann. Chim.*, 28, 1913, p. 433.
(4) M. H. Durand et L. Piaux, *Comptes rendus*, 246, 1958, p. 1055.
(5) A. E. Favorsky et P. A. Tikholomov, *J. Gen. Chem. Moscow*, 10, 1940, p. 1501.
(6) J. Wiemann et M. Chaperon, *Comptes rendus*, 232, 1951, p. 2332.
(7) B. B. Elsner et P. F. M. Paul, *J. Chem. Soc. London*, 1951, p. 893.

(*Laboratoire de Chimie P. C. B.*, n° 3, 12, *rue Cuvier, Paris.*)

MINÉRALOGIE. — *Grillage de la chalcosine.*

Note (*) de M. **Jean Orrit**, transmise par M. Louis Royer.

La courbe thermodifférentielle d'analyse du grillage de la chalcosine est voisine de celle du grillage de la pyrite (*fig.* 1). L'existence du crochet GHI sur le seul diagramme de la chalcosine permet de distinguer les deux substances.

Les conditions expérimentales ont évidemment une grande influence sur l'allure des courbes. Seule une ventilation suffisante de la masse permet d'obtenir des résultats reproductibles (débit d'air 10 ml/s à travers 80 mg de chalcosine diluée dans 200 mg Al_2O_3, grains : 0,5 mm). Ce sont les conditions de réalisation de la courbe de la figure 1 dont nous allons étudier les diverses parties.

Partie AB *de la courbe* (450-490°). — Elle marque la réaction exothermique brusque due à l'action de l'oxygène de l'air et peut s'interpréter de deux façons différentes :

1° la chalcosine donne par oxydation : SO_2 + oxydes de cuivre, principalement Cu_2O;

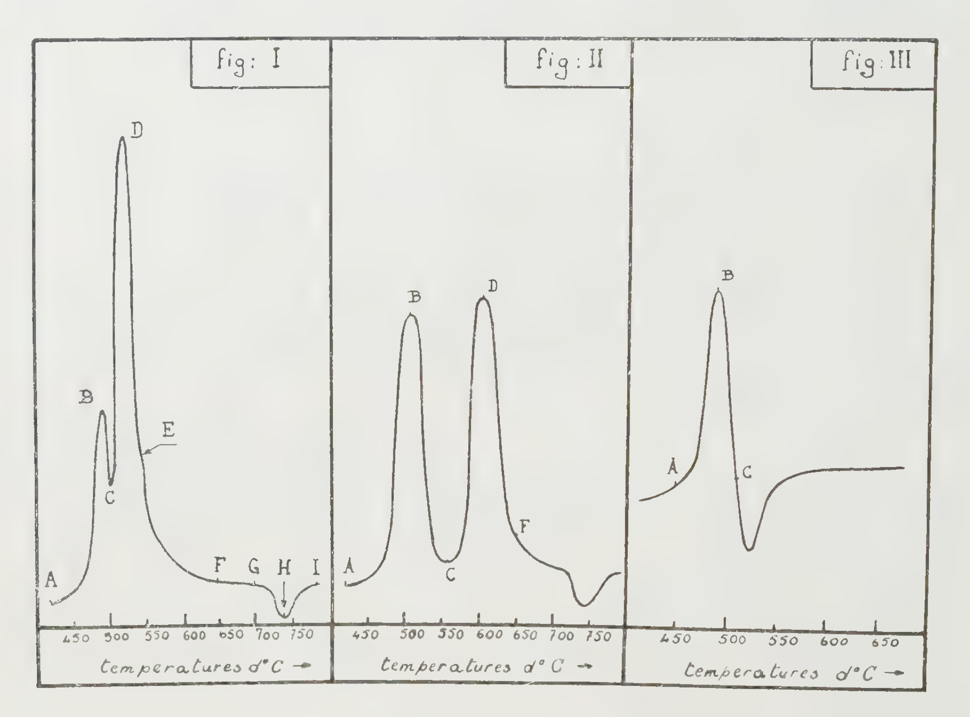
2° il y a fixation d'oxygène et formation de sulfates de cuivre.

Dans les conditions normales de l'expérience citées plus haut, la première hypothèse est à rejeter : un appareil à dosage continu (1) de SO_2 par absorption sur amiante sodée n'accuse pratiquement pas de dégagement d'anhydride sulfureux. L'apparition de SO_2 dans les gaz de grillage n'a lieu que vers 510-520°, soit après le point B, sauf si le débit d'air est fortement accru : pour 20-25 ml/s, du SO_2 est en effet fixé par l'amiante sodée avant le point B.

Par ailleurs, le grillage d'un échantillon de Cu_2S à la thermobalance se traduit par une augmentation de poids qu'on peut expliquer par la formation simultanée de Cu_2O, SO_4Cu et SO_3, $2CuO$ (2).

Il est donc logique de penser que la partie AB correspond à une fixation d'oxygène sous forme d'oxydes et de sulfates de cuivre dont nous avons pu préciser le rôle, grâce à l'étude des autres parties de la courbe.

Partie BC *de la courbe* (490-510°). — En B, la réaction s'arrête et le retour à l'équilibre thermique s'établit. Cela paraît dû à la formation d'une couche superficielle sur la chalcosine, assez résistante pour entraver l'action de l'air sur le sulfure. Au microscope, en effet, on distingue, sur les grains de chalcosine, une croûte brunâtre et terne qu'on peut écailler facilement. La chalcosine indique dans cette couche une proportion importante de



sulfates. La proportion de ces corps dépend pour une large part des impuretés contenues dans la chalcosine. Le fer en catalyse la sulfatation [4].

Des chalcosines ont été préparées au laboratoire et des éléments de valences variables comme le chrome et manganèse incorporés en faibles quantités (1 %) produisent le même effet que le fer. En fait, le grillage de telles chalcosines montre un crochet BC très accentué (*fig.* 3).

Si au point C on remplace l'air par de l'azote, on constate qu'une réaction endothermique se produit et le crochet qu'elle provoque sur la courbe thermodifférentielle s'étale sur 40° environ (*fig.* 3). Il semble que Cu_2S soit partiellement attaqué par les sulfates basiques et le $CuSO_4$ avec dégagement de SO_2. Un tel dégagement est susceptible de faire éclater la couche protectrice et de permettre ainsi la continuation de l'attaque de Cu_2S par l'air.

Partie CD *de la courbe* (510-530°). — La chalcosine brûle avec violence. La réaction est très exothermique. Mais l'appareil à dosage continu de SO_2 dans les gaz de grillage montre que du SO_2 est fixé par la masse en cours d'oxydation, peut-être sous forme de sulfates basiques. On obtient surtout Cu_2O comme produit de grillage ([5]). Les rayons X montrent, en effet, les raies de Cu_2O, de sulfates basiques et celles, très faibles, de la chalcosine et de la ténorite.

Partie DEF *de la courbe* (530-700°). — Le retour à l'équilibre thermique du creuset s'amorce, et la légère inflexion qui apparaît en E est due à une combustion de grains de chalcosine résiduelle bien protégés de l'air. En effet, si après le point D, le courant d'air est remplacé par un courant d'azote, l'inflexion en E ne se produit plus. On peut rendre l'inflexion E bien visible. Il suffit de choisir une chalcosine en grains assez gros (tamis 40). Si la chalcosine est finement broyée, l'inflexion est pratiquement invisible.

Crochet GHI (700-780°). — Les sulfates formés pendant la première phase AB de fixation d'oxygène et la phase CD de combustion se décomposent et donnent $SO_2 + CuO$. Ceci est mis en évidence par l'appareil doseur de SO_2 dans les gaz de grillage. Vers 710°, on enregistre une brusque augmentation de poids du tube doseur. De plus, en I les raies de CuO subsistent seules dans le diagramme de rayons X.

En résumé, l'interprétation des courbes d'ATD nous conduit à admettre que la fixation d'oxygène dans une première phase se fait avec un faible dégagement de SO_2. Il semble que ce gaz soit absorbé par la matière soumise à l'expérience. Ceci explique la grande sensibilité de l'ATD aux conditions expérimentales d'oxygénation ([6]).

Le rôle joué par le film protecteur est aussi important que dans le cas de la pyrite. Ceci entraîne un arrêt de la réaction, puis sa reprise violente après une montée de température de l'ordre de 20° C. Enfin, les sulfates formés à partir de la chalcosine se dissocient avec un crochet endothermique caractéristique.

(*) Séance du 19 janvier 1959.

([1]) R. Pulou, 78e *Congrès des Sociétés Savantes*, 1953.

([2]) L'existence du sulfate basique SO_3, 2CuO est signalée par de nombreux auteurs ([3]), ([4]).

([3]) A. Chrétien, *Cours Chimie générale*, Sorbonne, tome Cu, Ag, Au.

([4]) Casafura et Dobovisek, *Rudarsko metalurcki. Sbov. Jugosl.*, 1956.

([5]) J. Charrier, *Thèses Fac. Sc. Toulouse*, 1952.

([6]) Swan et Collins, *Annual general Meeting*, Montréal, avril 1954.

CRISTALLOGRAPHIE. — *Étude par diffraction électronique de l'épitaxie de l'or sur halogénures alcalins.* Note de M. **Pierre Conjeaud**, présentée par M. Louis de Broglie.

L'orientation épitaxiale des couches minces d'or obtenues par évaporation sous vide sur NaCl, KCl, KBr dépend non seulement de la nature et de la température du support, mais aussi du nombre d'atomes métalliques qui le frappent par centimètre carré et par seconde. L'orientation globale de la couche est imposée par celle des germes formés au contact du support.

On sait, depuis les travaux de Bruck ([1]) qu'il est possible d'obtenir par vaporisation thermique sous vide, des dépôts épitaxialement orientés de métaux à structure cubique faces centrées sur des faces de clivage de chlorure de sodium, à condition toutefois que la température du support soit supérieure à une température critique, variable suivant les métaux de 100 à 500° C. L'orientation observée est alors l'orientation « parallèle ».

Parmi les nombreux travaux consacrés ultérieurement à ces épitaxies, signalons celui de Göttsche ([2]) qui a étendu les résultats de Bruck à différents supports d'halogénures alcalins et montré que la température critique d'orientation était d'autant plus basse que le paramètre de l'halogénure était plus élevé.

Certaines anomalies observées lors de l'étude de l'épitaxie de différents métaux sur halogénures alcalins ([3]) nous ont conduit à reprendre à notre tour ces travaux, en nous attachant à définir de façon plus précise les conditions de croissance du dépôt.

1. *Méthode expérimentale.* — Parmi les métaux à structure cubique faces centrées, nous avons choisi l'or, à la fois inoxydable et facile à vaporiser. Les évaporations étaient faites sous un vide d'environ 10^{-4} mm Hg à partir d'un filament de tungstène, chauffé électriquement. Les cristaux supports, faces (001) de NaCl, KCl, KBr obtenues par clivage de monocristaux synthétiques, étaient disposés sur un support chauffant, dont nous avons fait varier la température entre 25 et 550° C.

Un obturateur, actionné par un électroaimant, et disposé entre la source d'évaporation et les supports, permettait d'intercepter le jet atomique tant que celui-ci n'avait pas atteint son régime d'équilibre. Nous reviendrons ultérieurement sur l'intérêt de ce dispositif.

Les dépôts d'or étaient ensuite recouverts, toujours sous vide, d'une couche de carbone amorphe, puis après dissolution du support, recueillis sur grille métallique. Le dépôt de carbone a un double avantage :

1° il évite les distorsions de la couche, signalées par Goche et Wilman ([4]) qui se produisent lors de la dissolution du support;

2° il permet l'examen de couches d'or non cohérentes.

Nous nous sommes attaché, au cours de cette étude, à faire varier, outre la température et la nature du support, la température de la source d'évaporation et l'épaisseur des dépôts. Les couches minces ainsi obtenues ont été examinées successivement par diffraction et par microscopie électroniques. On trouvera dans cette Note uniquement les résultats obtenus par diffraction électronique. L'étude par microscopie électronique, effectuée en collaboration avec C. Sella fera l'objet d'une publication ultérieure.

2. *Influence des conditions de croissance et de la nature du support.* — 1° Les couches d'or présentent, outre l'orientation désordonnée, deux types principaux d'orientation :

A. Une orientation fibreuse : $(111)_{Au}//(001)_{support}$, avec prédominance de l'orientation azimuthale : $[1\bar{1}0]_{Au}//[110]_{support}$ ou $110]_{support}$.

B. L'orientation parallèle : $(001)_{Au}$ et $[110]_{Au}//(001_{support}$ et $[110]_{support}$.

On observe en outre, spécialement sur les diagrammes du type B, des taches supplémentaires d'intensité moindre, correspondant à des nœuds disposés à toutes les positions 1/3 et 2/3 des diagonales de cube du réseau réciproque. Les plus intenses s'interprètent aisément comme dues à des mâcles (111); les plus faibles résultent des défauts d'empilement consécutifs aux mâclages, et sont plus ou moins amplifiées par des réflexions secondaires.

2° On peut déterminer des températures critiques d'apparition T_A et T_B des orientations A et B ($T_A < T_B$). Contrairement aux résultats cités, ces températures ne sont pas constantes pour un support déterminé, mais croissent en fonction de la température de la source (métal à évaporer).

3° En bon accord avec les résultats de Göttsche, T_A et T_B sont d'autant plus faibles que le paramètre de la maille de l'halogénure est plus grand.

4° Afin de définir de façon plus précise l'influence de la température de la source, nous avons réussi, en augmentant le nombre des sources sur un même filament, à multiplier par dix, pour une même température, la vitesse d'évaporation. On constate ainsi que l'énergie cinétique moyenne des atomes se condensant sur le support ne joue qu'un rôle secondaire. Deux facteurs déterminent donc la nature de l'orientation : la température du support et le nombre d'atomes de métal qui viennent le frapper par centimètre carré et par seconde. Ce dernier résultat est à rapprocher des conclusions de Deicha ([3]) concernant l'influence de la sursaturation sur l'orientation dans les épitaxies obtenues à partir de solution.

5° Un certain nombre de dépôts ont été effectués en modifiant en cours de croissance les conditions de formation. Dans ce but, une couche initiale, d'épaisseur inférieure à 100 Å, était déposée dans des conditions telles que, par exemple, on n'obtienne que l'orientation B (haute température du support, faible vitesse d'évaporation); la couche finale, beaucoup plus

épaisse (500 Å) étant déposée dans les conditions de formation de l'orientation A (haute température, vitesse élevée) ou désordonnée (température ambiante, vitesse élevée).

L'orientation de ces couches était toujours celle correspondant aux conditions de formation du dépôt initial (dans l'exemple choisi, l'orientation B) montrant ainsi que l'orientation de l'ensemble du dépôt était déterminée par celle des germes formés lors des tous premiers stades de la condensation. On comprend ainsi la nécessité, pour mettre en évidence l'influence du nombre d'atomes par seconde frappant le support sur l'orientation, d'isoler les supports de la source lors de la montée en température de celle-ci. Et l'on conçoit qu'en l'absence d'une telle précaution, l'influence de ce facteur ait échappé à l'ensemble des expérimentateurs.

3. *Variations de l'orientation avec l'épaisseur.* — Nous avons pu, en de nombreux cas, comparer des dépôts d'épaisseur moyenne variant de 50 à 800 Å, préparés dans des conditions identiques. Les dépôts sont d'autant moins différenciés qu'ils sont plus minces; en particulier, quelles que soient leurs conditions de croissance, les couches d'épaisseur inférieure à 200 Å présentent toujours un mélange, bien qu'en proportion variable, des différents types d'orientation. Ce sont donc les germes les plus nombreux qui imposent leur structure au reste de la couche. On peut penser que la formation des mâcles est liée à la réorganisation structurale du dépôt en cours de croissance.

4. *Conclusions.* — On peut, à la suite de ces expériences, concevoir de la façon suivante le mécanisme de formation des dépôts épitaxiques d'or sur halogénures alcalins :

1° des germes d'orientation variée se forment à la surface du support; lorsqu'il y a orientation azimuthale, les directions [110] du support et du dépôt se déposent parallèlement;

2° la fréquence des orientations est déterminée par la nature de l'halogénure et les conditions de formation (température du support et nombre d'atomes le frappant par centimètre carré et par seconde);

3° l'orientation ultérieure de la couche ne dépend plus que de la fréquence de ces germes, les plus nombreux imposant leur orientation à l'ensemble du dépôt.

Des expériences similaires, effectuées avec les métaux suivants : Al, Ti, Be, Sb sur les mêmes supports portent à croire que ce mécanisme est commun à toutes les croissances épitaxiales effectuées par évaporation sous vide de métaux sur supports ioniques.

(1) L. Bruck, *Ann. Phys.*, **26**, 1936, p. 233.
(2) H. Göttsche, *Z. Naturf.*, **11** *a*, 1956, p. 55.

(3) P. Conjeaud, *Réactions superficielles sur les métaux*, Réunion de la Société de Chimie physique, 1956.

(4) O. Goche et H. Wilman, *Proc. Phys. Soc.*, 51, 1939, p. 625.

(5) G. Deicha, *Comptes rendus*, 223, 1946, p. 1155.

GÉOLOGIE. — *Sur la stratigraphie et la Paléogéographie du Crétacé des Hauts Plateaux méridionaux marocains.* Note (*) de M. **René Medioni**, présentée par M. Paul Fallot.

Ce Crétacé comprend les termes classiques du Maroc oriental. Les variations d'épaisseur et de faciès (résultats de sondages), permettent maintenant de préciser la limite nord de la mer cénomano-turonienne dans cette région et la fermeture vers l'Est du golfe sénonien.

Le Crétacé des Hauts Plateaux méridionaux comprend les termes suivants :

1° Conglomérats et grès infracénomaniens discordants sur les calcaires et dolomies bajociens, ou sur les marnes et calcaires du Bathonien. Les conglomérats comportent essentiellement des galets de Jurassique souvent de petite taille. Les teintes rouges, jaunes ou orangées, y prédominent. Les grès brun-rouge qui leur succèdent le plus souvent présentent fréquemment une stratification entrecroisée. La partie supérieure de la série varie localement : grès passant à des calcaires gris (Chebka Tioudadine, Tebouttet), bancs siliceux (Foum Aggaï), marnes blanches à gypse (Mers el Kheïmer). Cet ensemble, d'une puissance très variable (jusqu'à 200 m dans la région de Tebouttet) paraît stérile.

2° Marnes bariolées à gypse : caractéristiques du Cénomanien du Maroc Oriental (1), elles comportent, dans les Hauts Plateaux, plusieurs intercalations gréseuses et calcaires; l'une d'elles située dans la moitié inférieure de la série, et d'une constance remarquable dans toute la région, a fourni localement (Harchaïa, bordure est du dôme de Tendrara) des empreintes de Gastéropodes et des dents de Pycnodontes, déterminées par M. C. Arambourg.

3° Calcaires blancs, siliceux, du Cénomano-turonien se subdivisant en trois barres principales. A la Chebka Tioudadine, la première, du Cénomanien supérieur, m'a fourni entre autres *Typocidaris cenomanensis* Cott., *Hemiaster* sp., *Plicatula auressensis* Coqu., *Pecten virgatus* Nils., *Exogyra flabellata* Goldf., *Nerinea* cf. *monilifera* d'Orb., *Apricardia* cf. *archiaci* d'Orb. et des Radiolitidés. Les deux autres ne contiennent que des débris d'Huîtres et d'*Ictyosarcolithes*. Du Sud-Est au Nord et au Nord-Est, on assiste à une rapide diminution de l'épaisseur des marnes cénomaniennes, et des calcaires cénomano-turoniens. Ainsi, de 150 à 200 m à

la Chebka Tioudadine, ce complexe se réduit à 50 m, au Nif el Ogab et à 30 ou 40 m à Tendrara. Au Sud de la Chebka Guelib en Naâm, les calcaires cénomano-turoniens font complètement défaut. En légère discordance sur le Jurassique y reposent quelques mètres d'argiles rouges, contenant un petit banc à Gastéropodes et représentant un Mésocrétacé très réduit surmonté par un banc de calcaires marneux déjà sénoniens ([2]). On a donc là un jalon de la limite septentrionale de la transgression cénomanienne.

4° Le Sénonien, peu fossilifère, présente des variations intéressantes. Dans le vaste synclinal compris entre le Foum Aggaï, Matarka et l'Oued Mharoug, en concordance sur le Cénomano-turonien, s'observent de bas en haut :

a. Marnes rouges admettant plusieurs intercalations calcaires ou gréseuses jaunes sans fossiles; elles diminuent notablement d'épaisseur du Sud-Ouest au Nord-Est;

b. Calcaires jaunes à petites Huîtres et Bryozoaires;

c. Marnes jaunes renfermant des bancs calcaires à Bryozoaires, débris d'Oursins, Pectinidés et pinces de Crustacés; dans leurs niveaux inférieurs, elles comportent des nodules de calcédoine, et des passées rouges à leur partie supérieure.

Les termes *b* et *c* correspondent respectivement aux termes 5° et 6° (Santonien) du Crétacé décrit par G. Choubert dans l'Atlas oriental et le Rekkame ([1]).

Au jebel Mharoug, les niveaux supérieurs de la série marno-calcaire *c* passent à des argiles rouges et vertes à gypse, qui supportent des couches rouges stériles, épaisses de 100 m. Plus à l'Est, à la Gara Tendrara et à la Chebka Guelib en Naâm, l'ensemble de la série *b-c* se fractionne respectivement en trois et deux intercalations marines, très réduites, comprises dans une épaisse série rouge et séparées par des lits de marnes rouges à gypse. Vers le Sud, à Gadet el Beïd et au Chott Tigri, le Sénonien est entièrement à l'état d'argiles et de grès rouges.

5° Le terme qui couronne habituellement la série sénonienne n'appartient plus au Crétacé. C'est une triple dalle de calcaires lacustres blancs à silex. Au Rachiouat et à l'Est de l'oued Mharoug, ils reposent directement sur le terme *c* du Sénonien. Au jebel Mharoug, à la Gara Tendrara, au Guelib en Naâm et à Gadet el Beïd, on les trouve au sommet des couches rouges sénoniennes.

Cette formation est stérile sauf quelques Characées (Rachiouat). Sa discordance sur le Crétacé prouve qu'elle est postérieure à la phase orogénique éocène, et qu'on doit, comme son homologue de la moyenne Moulouya, la rapporter à l'Oligocène.

Les énormes conglomérats du jebel Lakhdar, à la lisière méridionale

des Hauts Plateaux, qui reposent sur les couches rouges du Tigri, pourraient être hypothétiquement considérés comme son équivalent détritique.

Malgré la grande extension des terrains récents sur les Hauts Plateaux, il existe suffisamment de données pour reconstituer au moins schématiquement la paléogéographie de ce secteur pendant le Crétacé.

Après le démantèlement des premiers reliefs de la phase antécénomanienne, s'installa au Cénomanien moyen, un régime lagunaire interrompu par quelques pulsations marines. Au Cénomanien supérieur, une transgression plus franche, mais maintenant des conditions néritiques, s'étendit sur la presque totalité des Hauts Plateaux méridionaux. Pour G. Choubert ([3]), le rivage septentrional passait dans la partie nord du Rekkame, et un peu au Nord de Matarka. Il semble aussi certain que la mer n'a pas atteint l'emplacement actuel des Trarit. Des sondages hydrogéologiques, les déblais d'un puits situé à 15 km au Nord de Tendrara et creusé dans des terrains sous-jacents au calcaire à silex, attestent encore la présence de Cénomano-turonien à 10 ou 15 km au Sud des Trarit. Comme nous l'avons déjà vu, le rivage mésocrétacé devait passer juste au Sud de l'actuel Guelib en Naâm.

A la fin du Turonien, une régression générale fut suivie d'une accumulation de dépôts rouges. Ce retrait de la mer, comme dans le reste du Maroc ([4]) n'a pas été accompagné de mouvements susceptibles de se traduire par une discordance. Probablement au Santonien, une nouvelle transgression envahit la région déjà submergée au Cénomano-turonien, mais en se restreignant vers l'Est, à un golfe dont le rivage passait aux Trarit, à Tendrara et à Bel Rhiada. D'ailleurs, à l'Est du jebel Mharoug, des épisodes lagunaires fractionnaient déjà cette transgression en deux ou trois pulsations marines. Localement cependant (Guelib en Naâm), la mer santonienne a pu dépasser quelque peu la ligne de rivage cénomano-turonienne.

A l'Ouest de l'oued Mharoug, la mer dut subsister encore un certain temps, alors que, probablement à la fin du Santonien, elle se retira de toute la partie orientale du pays, qui évolua en régime continental jusqu'à la fin du Secondaire.

Enfin, après avoir assez faiblement ressenti les mouvements de la phase atlasique éocène, une grande partie de la région fut, vraisemblablement à l'Oligocène, soumise à un régime lacustre.

(*) Séance du 19 janvier 1959.

([1]) G. Choubert, *Comptes rendus*, 208, 1939, p. 209.

([2]) Sur la carte géologique du Maroc au 1500 000e (feuille Oujda) la Chebka Guelib en Naâm a été figurée en Cénomanien et Cénomano-turonien. Au cours d'une tournée avec G. Choubert et A. Faure-Muret, il nous est apparu qu'il s'agissait en réalité de terrains plus récents, ce que je précise d'ailleurs plus loin.

([3]) G. Choubert, *Volume Jub. Soc. Sc. Nat. du Maroc*, 1948, p. 307-329.

([4]) G. Choubert et H. Salvan, *Notes et Mém. Serv. Géol. Maroc*, 2, n° 74, 1949, p. 23.

(Service Géologique du Maroc.)

STRATIGRAPHIE. — *Observations sur le Burdigalien du bassin de Valréas (Drôme-Vaucluse)*. Note de M. **Gérard Demarcq**, présentée par M. Pierre Pruvost.

A la périphérie du bassin miocène de Valréas-Visan, le Burdigalien affleure largement dans la région de Grignan, et notamment de Montbrison à Bollène. Il montre là trois types de faciès : des sables calcareux verdâtres plus ou moins meubles; des marnes calcaires gris clair; des calcaires molassiques zoogènes.

Ces trois faciès se trouvent superposés classiquement dans les environs de Chantemerle et de Saint-Restitut. D'abord décrits par Fontannes ([1]), ces terrains furent répartis stratigraphiquement par Ch. Depéret ([2]) en deux sous-étages : l'un, inférieur, de sables verdâtres; l'autre, supérieur, les marne et molasse calcaires. Dans la Basse-Provence, Ch. Combaluzier ([3]) et D. Mongin ([4]) ont poursuivi leurs recherches dans ce sens.

En fait, l'examen détaillé des relations latérales et verticales de ces faciès, ainsi que l'étude critique de leurs *Pecten* « caractéristiques », inciteraient à ne plus retenir cette distinction. La répartition géographique et les passages latéraux de ces faciès montrent, par contre, que ces derniers sont liés à des conditions sédimentologiques bien définies localement, en relation étroite avec la nature du substratum. Celui-ci, façonné par les plissements alpins antémiocènes, offrait à la transgression de la mer burdigalienne deux types de surfaces : l'un, dur, calcaire, donnant des côtes hautes et avancées, ainsi que des hauts-fonds; l'autre, meuble sablo-marneux, donnant des côtes basses, ainsi que des fonds faciles à affouiller.

Par exemple, dans la région de Chantemerle, suivant une surface correspondant exactement à un substratum de marnes sableuses stampiennes et surtout de sables meubles albiens, le Burdigalien est très détritique, avec souvent à la base des galets de silex verdis (sables de Chantemerle), et cela sur une épaisseur de près de 50 m. On observe au-dessus les marnes et les calcaires zoogènes, ou ces derniers seuls.

Sur la plate-forme des calcaires aquitaniens de la région de Salles, la sédimentation, à l'écart des bas-fonds détritiques, commence d'emblée par le faciès marneux (marnes de Salles), après une phase d'érosion sous-marine (lithophages). On observe au-dessus les calcaires zoogènes.

Dans la région de Montségur, constituée par les calcaires et calcaires gréseux compacts du Crétacé supérieur, et formant une sorte de haut-

fond, reposent directement les calcaires zoogènes (« molasse » de Saint-Paul-Trois-Châteaux), succédant également à une phase d'érosion sous-marine (lithophages) et l'épaisseur est réduite à 10 m.

Au Sud de Clansayes, à l'Est de Saint-Restitut, on assiste au passage latéral de ces formations : le faciès marneux aminci devient hétérogène (soit plus détritique, soit plus zoogène) et se termine en biseau vers l'Est; sous lui le faciès détritique, moins épais, passe à une molasse détritique intermédiaire à bancs durs et rejoint ainsi le faciès de calcaire zoogène de la partie supérieure. De même, à l'Est de Salles, le faciès des sables de Chantemerle prend progressivement l'aspect d'une molasse détritique en direction de l'Ouest, s'amincit et finit par disparaître sous le niveau des marnes de Salles qui, à l'inverse, apparaissent et se développent progressivement : de sorte que, sur la basse plate-forme des calcaires aquitaniens de Salles, le Burdigalien est constitué seulement des marnes et de calcaires zoogènes.

Un facteur important est intervenu dans la sédimentation de ce Burdigalien : c'est l'existence de courants violents : affouillement et remaniement des fonds meubles, étalage vers le Nord-Ouest des faciès détritiques (phénomène particulièrement net en direction de Réauville), stratification entrecroisée, fossiles brisés et roulés, surface d'érosion sous-marine sur les hauts-fonds.

Au point de vue paléontologique, il importe, avant de rechercher des critères définitifs, d'étudier de façon critique la répartition verticale des *Pecten* prétendus caractéristiques, et ceci, non point à l'échelle d'une région limitée, mais au minimum à celle de l'ensemble du bassin rhodanien. On s'aperçoit alors que le *Pecten subbenedictus* et le *Pecten prescabriusculus*, considérés, surtout le second, comme caractéristiques « du sous-étage Burdigalien supérieur », se rencontrent également dans les faciès détritiques de la partie inférieure : le premier dans les Alpilles, la Montagnette, vers Forcalquier; le second, près de Saint-Restitut. D'autres, servant également de repères au sein du Burdigalien (*P. tournali*, *P. pavonaceus*; et il en serait de même pour la *Scutella paulensis*), sont en certains points trouvés hors de leur « niveau ». Enfin, la plupart ne sont fréquents ou présents que dans une province très localisée. Beaucoup obéissent à un lent phénomène de migration à partir de la mésogée vers le Nord ([5]), étalé de l'Aquitanien à l'Helvétien.

Le Burdigalien apparaît donc dans le bassin de Valréas comme une période transitoire, mais d'une seule venue, inaugurant le fonctionnement du sillon périalpin miocène : variété des faciès, influence lithologique et structurale du substratum, courants sous-marins, sédimentation peu épaisse, fréquence des faciès marno-calcaires et zoogènes.

Son individualité dans cette région est nettement marquée par rapport

au Vindobonien, tant au point de vue faunique qu'au point de vue cycle sédimentaire. Étendus sur une large surface, les faciès plus épais et plus détritiques de ce dernier caractérisent essentiellement une période de remplissage et de subsidence générale. Il reste toutefois à étudier pour l'ensemble de la vallée du Rhône les variations, les limites et les rapports que présentent, séparément et entre elles, les formations de ces deux étages.

(1) F. Fontannes, *Études stratigraphiques et paléontologiques pour servir à l'histoire de la période tertiaire dans le bassin du Rhône*, II, 1876; III, 1878; VII, 1881.

(2) Ch. Depéret, *Bull. Soc. géol. Fr.*, (3), 21, 1893.

(3) Ch. Combaluzier, *Bull. Serv. Carte géol. Fr.*, n° 182, 35, 1932.

(4) D. Mongin, *Révision stratigraphique du Burdigalien de Basse-Provence* (*Thèse*, Marseille, 1948).

(5) J. Roger, *Mém. Soc. géol. Fr.*, nouv. série, n° 40.

(*Laboratoire de Géologie de la Sorbonne.*)

SÉDIMENTOLOGIE. — *Relations réciproques entre dolomitisation et fraction silicatée des roches carbonatées : influence de la fraction silicatée sur la dolomitisation.* Note (*) de Mme **Catherine Akermann**, MM. **Olivier de Charpal** et **Lucien Montadert**, présentée par M. Pierre Pruvost.

Dans le cas de dolomie « secondaire », il existe une relation entre la teneur en silicates fins du calcaire originel et la dimension des grains de dolomite.

L'influence de la dolomitisation sur la fraction silicatée a été étudiée dans une Note précédente (1).

Cette nouvelle étude porte sur l'examen de 98 échantillons de dolomies de terrain d'âges et d'origines divers (Dévonien, Trias alpin, Hettangien, Bathonien, Jurassique supérieur et Néocomien). Les unes sont épigéniques, c'est-à-dire qu'elles proviennent de la transformation d'un calcaire originel dont la structure peut, dans certains cas, être conservée (structure oolithique). Les autres, nous le verrons plus loin, qui groupent des formes extrêmement fines, peuvent être considérées comme primaires, c'est-à-dire formées par précipitation directe du minéral dolomite.

Méthodes. — Sur chaque exemplaire de dolomie, nous avons fait :

1° des dosages par spectrométrie d'émission à l'arc (2);

2° des granulométries sur lames minces par mensuration au micromètre et comptage de tous les cristaux de dolomite situés sur un même alignement (200 à 300 mesures); on a mesuré la distance entre deux faces parallèles de chaque cristal.

Ces granulométries ont d'abord été traduites graphiquement sous forme d'histogrammes et de courbes cumulatives, puis certains paramètres ont

été calculés, en particulier la moyenne arithmétique des tailles des grains (M. A.) et la déviation standard reportés sur la figure 1.

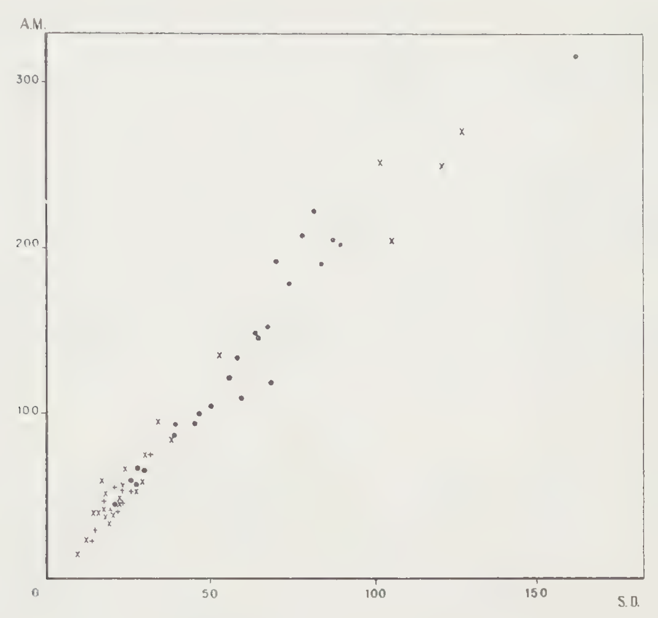


Fig. 1. — Déviation standard en fonction de la moyenne arithmétique M. A. de la taille des grains de dolomite.
×, échantillons de la Garde (Basses-Alpes); points, échantillons de Robion (Basses-Alpes); +, échantillons de Caucanas et Sumène (Hérault).

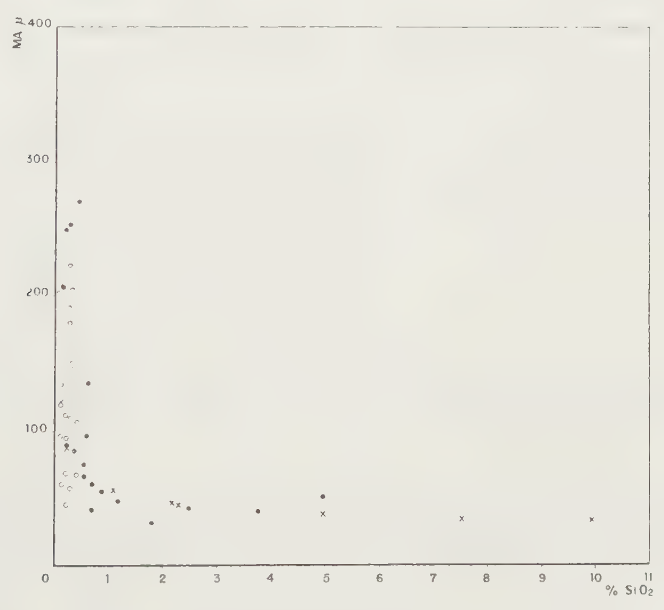


Fig. 2. — Relation entre la moyenne arithmétique des tailles des grains de dolomite M. A. en microns et la teneur en SiO_2.
Points, échantillons du Roc de Castellane (Basses-Alpes); croix, échantillons de la Garde (Basses-Alpes); cercles, échantillons de Robion (Basses-Alpes).

Résultats. — Dans une Note antérieure nous avons mis en évidence des rapports chimiques entre silicates et dolomie. Nous avons constaté, pour les échantillons étudiés, que la phase silicatée insoluble peut être rapportée presque uniquement à des minéraux argileux lorsque la teneur globale en insolubles des dolomies est faible (moins de 6 à 7 %); quand la teneur globale augmente la phase silicatée est exprimée en minéraux argileux et quartz très fin.

Il nous est apparu qu'il existe une relation entre la teneur en silice et la moyenne arithmétique des tailles des grains.

Le sens général de la relation est tel que les cristaux de dolomite sont d'autant plus gros que la teneur en silice est plus faible. L'ensemble des points exprimant cette relation est représenté sur la figure 2.

Il apparaît donc que la présence de minéraux silicatés dans le calcaire originel influence le mode de cristallisation suivant une loi qui n'est pas encore précisée.

Il semble que cette influence ne s'exerce que dans le cas d'une cristallisation secondaire de la dolomite en milieu calcaire; qu'elle n'existe pas dans le cas de certaines dolomies à grain fin supposées « primaires », c'est-à-dire formées par précipitation de la dolomite en milieu aqueux.

L'utilisation de ces résultats permettra peut-être de trouver un critère susceptible d'apporter une distinction entre dolomies primaires et dolomies secondaires dans les roches anciennes.

Une étude analogue sur des dolomies primaires est actuellement en cours. Son but est de trouver un critère distinctif entre les deux types de dolomie, basé sur l'utilisation des présents résultats.

(*) Séance du 19 janvier 1959.

(1) P. E. Rouge, O. de Charpal et L. Montadert, *Comptes rendus*, 248, 1959, p. 435.

(2) Dosages effectués dans les laboratoires du Cerchar.

(*Institut français du Pétrole, Division Sédimentologie et Département de Physique.*)

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Détermination de l'épaisseur de glace en Terre Adélie.* Note (*) de M. **Bertrand Imbert**, présentée par M. André Danjon.

La détermination de l'épaisseur de glace du Continent Antarctique a été effectuée par la méthode sismique en 27 stations sur un profil de 480 km au Sud de la base Dumont d'Urville, en Terre Adélie. Le niveau du socle est en moyenne à — 40 m. La surface de glace a un profil elliptique et le frottement de la glace sur le fond décroît linéairement avec la distance à la côte.

Dans le cadre de l'Année Géophysique Internationale, nous avons effectué une série de mesures de l'épaisseur de la glace du Continent Antarc-

tique sur un profil de 480 km situé au Sud de la base française Dumont d'Urville (66° 40′ S, 140° 01′ E).

Ces mesures ont été effectuées par la méthode de réflexion sismique, du mois d'octobre 1957 au mois de janvier 1958. Nous disposions d'un laboratoire G-33 de la Southern Industrial Electronic et de 500 kg d'explosif.

Par des températures du névé inférieures à — 30° C, l'effet de guide d'onde des couches superficielles est particulièrement sensible et nous a obligé à effectuer la majorité des tirs dans des forages de 6 à 18 m. Les charges optimales n'ont pas dépassé 1 kg quelle que soit l'épaisseur mesurée.

On a utilisé généralement une distance de tir d'environ 100 m avec six géophones espacés de 10 m et placés à 50 cm de profondeur pour éviter l'action du vent.

Pendant ce raid, un total de 75 tirs a permis d'occuper 27 stations, soit en moyenne, une station tous les 18 km.

En cas de réflexions multiples, nous avons choisi pour définir l'épaisseur de glace la première arrivée même si celle-ci n'a pas la plus grande amplitude. Dans plusieurs cas, des réflexions successives montrent l'existence d'un milieu intermédiaire entre la glace et la roche.

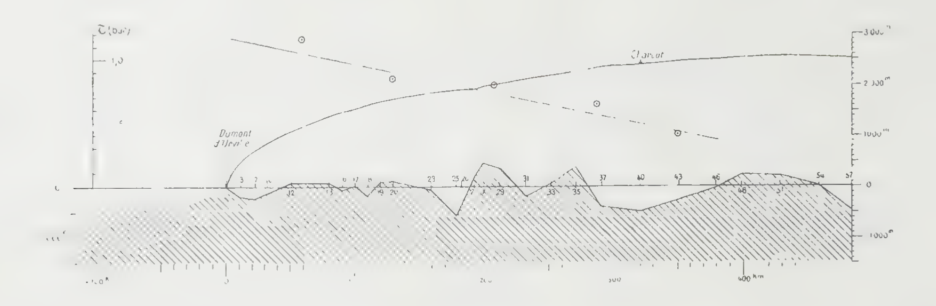
La vitesse des ondes longitudinales a été déterminée de deux façons :

1° Dans les couches superficielles, des tirs de réfraction à courte distance ([1]), ([2]) ont permis d'obtenir une vitesse moyenne sur une tranche de 140 m tout en tenant compte de l'effet d'altitude.

2° Dans la glace, en l'absence de tir de réfraction à longue distance, l'incertitude est plus grande. A la station Charcot, directement sous les couches superficielles, la vitesse observée de 3 800 ± 15 m/s ([2]) est en bon accord avec les observations de Robin ([3]). Cet auteur a étudié depuis la variation de la vitesse des ondes longitudinales en fonction de la température et de la pression et nous avons adopté ses conclusions prenant pour pression 200 atm et pour températures celles observées dans les forages. La vitesse utilisée a ainsi varié de 3 840 à 3 900 m/s tandis que la température observée en forage oscillait entre — 20 et — 43° C.

Les altitudes des points stationnés nous ont été communiqués par S. Emery et J. Gilbert. Elles ont été obtenues par nivellement barométrique avec deux appareils Wallace Tiernan. Pour la réduction des données, on a admis la formule de Laplace, en utilisant les températures de l'air libre au-dessus de la pellicule d'air froid, dont l'épaisseur a été estimée à 300 m en été. Pour ces températures comme pour le calcul des différences de pression et du gradient horizontal, on a utilisé les données de la base Dumont d'Urville (enregistrement de pression, radiosondage, radiovent) et de la station Charcot (enregistrement de pression). La correction de pellicule froide a été spécialement étudiée pour l'altitude de la station Charcot en

utilisant les radiosondages effectués à la station soviétique Vostok I. L'erreur commise est estimée à 15 m.



Les résultats sont rassemblés sur le tableau I et la figure ci-dessus.

N° balise et position.	τ (bar).	Distance à d'Urville (km).	Altitude (m).	Épaisseur glace (m).	Niveau socle (m).
B 3	–	17,7	505	714	—209
7	–	30,6	754	987	—233
10 (66° 50′ S-139° 15′ E)		38,6	880	1 015	—135
12	1,09	58,0	1 119	1 050	+ 69
15		86,9	1 392	1 320	+ 72
16		96,6	1 488	1 535	— 47
17		106,3	1 523	1 497	+ 26
18		115,9	1 610	1 792	—182
19	0,84	125,6	1 670	1 569	+101
20		135,2	1 744	1 633	+111
23		164,2	1 855	1 915	— 60
25		183,5	1 912	2 490	—578
26 (68° 10′ S-139° 20′ E)		186,8	1 932	2 333	—401
27	0,78	196,4	1 933	1 706	+227
x		202,9	1 988	1 536	+452
29		215,7	2 032	1 667	+365
31		235,1	2 141	2 316	—175
33		254,4	2 197	2 145	+ 52
35		273,7	2 270	1 870	+400
37	0,60	293,0	2 355	2 754	—399
40 [Charcot (69° 22′, 5 S-139° 01′ E)]		322,0	2 400	2 890	—490
43	0,40	351,0	2 458	2 723	—265
46		380,0	2 500	2 538	— 38
48	–	399,3	2 524	2 274	+250
51	–	428,3	2 547	2 325	+222
54	–	457,2	2 527	2 487	+ 40
57 (70° 47′ S-139° 12′ E)	–	483,0	2 509	2 992	—483

Le socle rocheux est presque horizontal (pentes inférieures à 4°) et se situe en moyenne à — 40 m.

Le profil de la surface de glace est représenté par un arc d'ellipse dont l'équation s'écrit :

$$(1) \qquad \left[\frac{h}{2,68}\right]^2 + \left[\frac{550 - X}{550}\right]^2 = 1 \qquad (h \text{ et X en km})$$

et dont le grand axe se trouve au niveau — 40 m. L'écart moyen entre le profil et l'ellipse (1) est de 26 m entre les balises 10 et 46, trajet sur lequel le cap suivi a été constant. D'autre part, la valeur du frottement de la glace sur le fond rocheux peut être obtenue par la relation classique :

$$(2) \qquad \tau = \rho g h \frac{dh}{dx} \qquad (\rho g, \text{ masse spécifique de la glace}).$$

En différentiant la relation (1) on peut expliciter $h(dh/dx)$ qui n'est plus constant comme dans le cas d'une parabole mais fonction linéaire de X et l'on obtient en exprimant le frottement en bar :

$$\tau = -\frac{x}{470} + 1,17,$$

équation d'une droite portée sur la figure ci-contre.

Cette valeur du frottement déduite du profil de la surface de glace se retrouve en utilisant dans la relation (2) les épaisseurs fournies par les sondages séismiques et les pentes directement observées. Pour cela, nous avons pris la moyenne des observations sur des tranches de 70 km de longueur; les valeurs de τ ainsi obtenues suivent bien la loi de décroissance linéaire prévue.

Comme le laissent prévoir la théorie des glaciologues soviétiques Vialov et Shoumsky [4] ainsi que nos premiers résultats glaciologiques le profil elliptique observé en Terre Adélie pourrait être dû à la nette décroissance de l'accumulation vers l'intérieur contrairement à ce qui se passe dans la région du Groenland où J. P. Bourgoin a trouvé un profil parabolique [5].

(*) Séance du 19 janvier 1959.
(1) B. Imbert, *Ann. Géoph.*, 9, fasc. 1, 1953, p. 85.
(2) R. Schlich, *Comptes rendus*, 247, 1958, p. 1761.
(3) G. Robin, *N. B. S. Sc. Res.*, 5, Oslo, 1958, p. 87.
(4) S. S. Vialov et P. A. Shoumsky, *Symp. Chamonix publ.*, 47, 1958, p. 266.
(5) J. P. Bourgoin, *Ann. Géoph.*, 2, fasc. 1, 1956, p. 75.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur les variations de la teneur en acide ascorbique de quelques Phæophycées sous l'action de divers facteurs, spécialement de l'hydratation.* Note (*) de M. **Philippe Hagene**, présentée par M. Roger Heim.

En plus des facteurs écologiques habituels (insolation, etc.), la réhydratation rapide des algues appauvries en eau durant l'émersion est susceptible de provoquer des variations notables de la teneur en acide ascorbique.

Les algues étudiées [1] présentent dans leur thalle une teneur en acide ascorbique qui varie suivant l'espèce. Par exemple, le 4 mai 1958, les dosages étant effectués immédiatement après le prélèvement, les teneurs étaient : *Pelvetia canaliculata* : 289, *Fucus vesiculosus* : 414, *F. serratus* : 495 [2].

Dans le genre *Laminaria*, la différenciation morphologique est accompagnée d'une répartition plus différenciée de l'acide ascorbique. Chez *L. saccharina*, en avril, dans la lame, l'ordre décroissant des teneurs en acide ascorbique se présente ainsi : Bord ondulé de la lame (362), base (174), région médiane (162); et dans le reste du thalle, crampons anciens (286), crampons nouveaux (242), stipe *s. str.* (153). Dans l'ensemble de la plante, les crampons viennent immédiatement après le bord de la lame dans l'ordre des teneurs décroissantes.

Chez le *L. flexicaulis*, sensiblement moins riche dans toutes ses parties que le *L. saccharina*, la base de la lame (98) est plus riche que les divisions de celle-ci (93), mais les crampons anciens (197), stipe (159) et crampons nouveaux (103) contiennent de l'acide ascorbique à une concentration plus forte que la lame dans son ensemble.

Enfin, dans le *L. Cloustoni*, dont seule la lame a été étudiée, la base de celle-ci (38) était sensiblement plus riche que les divisions (29).

La richesse des crampons anciens en acide ascorbique chez les *L. saccharina* et les *flexicaulis* est remarquable.

Des dosages répétés de l'acide ascorbique dans le *Fucus serratus* ont montré des variations (de 523 à 353) dans lesquelles les facteurs du milieu marin jouent certainement un rôle, mais où interviennent aussi la durée d'émersion et les conditions atmosphériques (insolation, température, pluie). En l'absence d'observations météorologiques quotidiennes, il n'a pas été possible de mettre en évidence avec précision le rapport entre les variations du milieu et celles de la teneur en acide ascorbique.

Dans les autres algues étudiées, on observe des variations analogues de teneurs, dont les aptitudes particulières des espèces expliquent le non-parallélisme. Approximativement, dans le *Pelvetia*, la teneur est sensiblement entre la moitié et les trois quarts de celle du *F. vesiculosus*, et le *F. serratus* est un peu plus riche que le précédent. Les dosages ont montré dans le *F. spiralis* une teneur un peu supérieure à celle de *Pelvetia*. La teneur de ces quatre algues serait donc en rapport avec la profondeur à laquelle elles se développent [3].

L'influence de la durée d'émersion sur la teneur en acide ascorbique apparaît dans la diminution subie par celle-ci dans les Fucacées conservées à l'état frais, même en armoire frigorifique. La vitesse de disparition, d'abord faible (moins de 2 % de la quantité primitive, habituellement, dans le temps d'une marée) augmente ensuite. Elle est d'autant plus faible

semble-t-il, que l'algue a été mise plus tôt à l'abri des rayons solaires directs. Après quatre jours, la perte peut atteindre 50 %.

Quand les algues se dessèchent, une certaine quantité d'acide ascorbique disparaît également, mais sa valeur dépend des conditions dans lesquelles s'effectue la dessiccation et de l'état de l'algue à ce moment; à partir de l'instant où la dessiccation à l'air libre ne marque plus de progrès, c'est-à-dire lorsque la teneur en eau s'est abaissée à 18-20 %, la disparition de l'acide ascorbique peut se ralentir considérablement sans jamais cesser entièrement. Après plus de six mois de conservation à sec, sans précaution spéciale, le *Pelvetia* renferme encore environ 4 % d'acide ascorbique.

Dans les conditions naturelles, le *Pelvetia canaliculata* et le *Fucus spiralis* subissent des périodes de dessiccation, et par beau temps, entre deux marées d'une période de vive-eau, la perte d'eau peut être considérable. Submergé, le *Pelvetia canaliculata* renferme plus de 80 % d'eau; or, dans les stations naturelles, la teneur peut descendre jusqu'à 20 % et même moins. Une telle dessiccation entraîne une perte en acide ascorbique relativement faible. Alors que la teneur trouvée au maximum d'hydratation, dans les meilleures conditions, a été 287, la plante au maximum de dessiccation naturelle (17 % d'eau) renfermait encore 225 d'acide ascorbique. Les variations naturelles de l'hydratation sont bien moindres pour le *Fucus serratus*, de l'ordre de 2 à 3 %, et elles sont intermédiaires dans le *F. vesiculosus*.

Plongées en récipients largement aérés dans l'eau de mer ou dans l'eau douce, *Fucus* et *Pelvetia* subissent une réhydratation rapide qui en 1 h, ou moins, les amène au point de saturation. Les sels de l'eau de mer limitent l'absorption d'eau, mais dans l'eau douce (eau de la canalisation) l'absorption est plus forte et la teneur finale réalisée est supérieure au maximum dans la nature. La réhydratation est généralement accompagnée de variations importantes de la teneur en acide ascorbique.

	Témoin avant immersion.		Eau de mer.		Eau de canal.	
	Hydratation.	Acide ascorbique.	Hydratation.	Acide ascorbique.	Hydratation.	Acide ascorbique.
Pelvetia canaliculata..	18	225	72	243	78	247
Fucus vesiculosus.....	72	391	–	–	87	442
F. serratus...........	81	390	82	393	–	–
»	83	358	–	–	90	380

Cette formation d'acide ascorbique ne correspond nullement à une reprise de la photosynthèse; les résultats sont les mêmes quand l'expérience est effectuée à l'obscurité.

La formation d'acide ascorbique relève de l'activité des cellules vivantes,

comme on peut le vérifier aisément. L'échantillon de *Pelvetia* utilisé dans l'expérience précédente a été conservé durant deux jours supplémentaires à l'air libre, au laboratoire. La teneur en eau n'a pas varié, mais l'acide ascorbique a été réduit à 180 mg, indiquant ainsi une altération des cellules. Au contact de l'eau de mer, l'échantillon s'est réhydraté, mais aucune variation de la teneur en acide ascorbique n'est apparue, même après 7 h d'immersion.

Pour chacune des trois algues, le degré possible de déshydratation naturelle varie; il est spécialement grand pour *Pelvetia* et faible pour *Fucus serratus*. Pour chaque espèce, le rapport de l'acide ascorbique formé à l'eau absorbée est différent, mais la réhydratation plus forte dans l'eau de la canalisation entraîne un relèvement plus marqué de la teneur en acide ascorbique. L'immersion d'une algue hydratée au maximum n'augmente pas la quantité d'acide ascorbique qu'elle renferme.

Les algues restant immergées dans le liquide, de l'acide ascorbique disparaît; le début de cette disparition coïncide, semble-t-il, avec la réalisation du maximum d'hydratation; elle se poursuit jusqu'à des teneurs très inférieures à celle de l'échantillon avant l'hydratation. Très rapide au début, dans l'eau de mer, sa vitesse décroît ensuite, comme celle d'un phénomène enzymatique. Dans l'eau douce, la teneur en acide ascorbique ne diminue que beaucoup plus lentement. L'obscurité réduit peut-être la vitesse de disparition.

(*) Séance du 19 janvier 1959.

([1]) Dans une Note de 1953 (*C. R. Soc. Biol.*, 148, 1954, p. 105) P. C. Creach et J. Barraud ont publié les résultats de dosage de « l'acide ascorbique total » (c'est-à-dire vitamine C), montrant la présence de cette vitamine dans un certain nombre d'algues marines. La comparaison de nos résultats avec ceux de ces auteurs est assez difficile, car les nôtres ne concernent que l'acide ascorbique *sensu stricto*. Malgré d'importantes divergences, on peut dire que les valeurs publiées par ces auteurs et celles qu'on trouvera dans cette Note, sont de même ordre, en général.

([2]) En milligrammes pour 100 g de poids sec, comme pour toutes les valeurs figurant dans cette Note.

([3]) Les résultats donnés se rapportent uniquement aux thalles stériles.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Influence comparée de l'éthylène chlorhydrine et de la gibberelline sur l'évolution des germes de pomme de terre (variété Bintje).* Note de M. **Jean Lagarde**, présentée par M. Raoul Combes.

En hâtant la levée de dormance des tubercules, l'éthylène chlorhydrine et la gibberelline déterminent une évolution des germes plus précoce que sur les témoins, ce qui avance l'époque de la disparition de la dominance exercée par le sommet du germe apical. Mais ce dernier phénomène intervient beaucoup plus tôt avec la gibberelline, du fait de l'accélération considérable du rythme de croissance des bourgeons.

On sait que la dormance des tubercules de pomme de terre peut être levée par l'éthylène chlorhydrine et la gibberelline. Mais, à notre connaissance, aucune étude comparative systématique de l'action de ces deux substances sur le développement des germes n'a été entreprise. Nous résumons dans cette Note quelques observations effectuées sur la variété Bintje.

L'éthylène chlorhydrine a été utilisée sous forme de vapeur (10 ml laissés sous cloche de 20 l pendant trois jours). Quelques cristaux de gibberelline 10 % « Prolabo » ont été introduits dans les tubercules, par voie d'entailles pratiquées, soit au sommet, soit à la base de l'organe (ce qui représente une quantité relativement importante). L'expérimentation a été menée simultanément à l'obscurité (température constante de 24°) et à la lumière diffuse (température du laboratoire variant entre 10 et 20°), les tubercules, d'un poids moyen de 50 g étant placés sur clayettes.

1. *Dormance.* — Dans notre expérimentation, la levée de dormance se produit, aussi bien avec l'éthylène chlorhydrine qu'avec la gibberelline, 15 à 20 jours plus tôt que sur les témoins.

2. *Dominance apicale.* — L'éthylène chlorhydrine perturbe les corrélations entre bourgeons : contrairement à ce qu'on observe sur les témoins, certaines pousses latérales peuvent se développer en même temps que le germe terminal. Au contraire, à la dose utilisée, la gibberelline trouble peu la dominance apicale. Nos résultats confirment ceux de Rappaport, Timm et Lippert, qui ont observé, sur les variétés White Rose et Russet Burbank, le maintien de la prépondérance apicale avec de fortes concentrations de gibberelline [1].

Trois tubercules témoins seulement sur 124 à l'obscurité et 4 sur 69 à lumière diffuse ont montré un développement de germes latéraux en présence de l'apical. Avec l'éthylène chlorhydrine, ces chiffres sont respectivement de 12 sur 27 et de 9 sur 26, et, avec la gibberelline, de 6 sur 37 et de 2 sur 55.

3. *Aspect des germes.* — Les germes des témoins et des sujets traités à la monochlorhydrine sont colorés en violet (plus fortement à la lumière diffuse qu'à l'obscurité). Sur les tubercules traités à la gibberelline, les bourgeons demeurent blanchâtres pendant toute leur période de croissance; lorsqu'ils ont atteint de 30 à 35 mm, leur sommet se nécrose, et ils commencent à se colorer. Ces germes sont d'ailleurs assez grêles, comme l'a déjà noté Rappaport [2] : leur longueur est de 10 à 20 fois supérieure à leur diamètre, alors qu'elle l'est à peine plus de 5 fois pour les deux premières séries.

4. *Vitesse de croissance des germes.* — L'éthylène chlorhydrine ne modifie pas sensiblement le rythme de croissance des germes; l'avance constatée est la simple conséquence de la levée de dormance anticipée. Au contraire,

avec la gibberelline, la vitesse de croissance est considérablement accélérée. Le tableau I indique, par rapport aux témoins, l'excès de longueur moyenne (en millimètres) du germe principal (apical le plus souvent) des séries traitées à la monochlorhydrine et à la gibberelline.

TABLEAU I.

Excès de longueur moyenne (en millimètres), par rapport aux témoins, du germe principal, dans les séries de tubercules traitées à l'éthylène chlorhydrine et à la gibberelline.

		10 j.	15 j.	26 j.	36 j.	50 j.	75 j.	90 j.
Lumière diffuse	Éthylène chlorhydrine	2,05		4,5	4,6	5,5	5,5	5,6
	Gibberelline *b* (*)	0,4	4,1	20,2	24,3	27	–	–
	Gibberelline *s* (**)	1,1	8,6	31,2	32	–	–	–
Obscurité	Éthylène chlorhydrine	2,6	–	5,3	7,9	8,5	6,3	5,4
	Gibberelline *b* (*)	0,7	6,1	22,8	27,5	19,1	–	–
	Gibbereline *s* (**)	1,9	12,1	28,2			–	

(*) Application à la base du tubercule.
(**) Application au sommet du tubercule.

Le traitement à l'éthylène chlorhydrine détermine une légère avance de croissance, d'allure assez régulière (5 à 6 mm en lumière diffuse, 6 à 8 mm à l'obscurité), et qui tend à devenir stable à partir de la fin du premier mois (c'est-à-dire de l'époque où la levée de dormance devient sensible sur les témoins).

Avec la gibberelline, l'allongement des germes est beaucoup plus rapide et, à partir du 26[e] jour, on enregistre des différences de 20 à 30 mm par rapport aux séries non traitées. Si cet écart ne s'amplifie guère par la suite, c'est que, à cette époque, les germes des tubercules traités ont atteint, ou sont sur le point d'atteindre, leur développement maximum, et que leur apex commence à se nécroser.

Aussi bien à l'obscurité qu'à lumière diffuse, le point d'introduction de la gibberelline est intéressant à considérer, les applications apicales déterminant les réactions les plus rapides. Ainsi, à l'obscurité, les germes des échantillons traités au sommet atteignent 12,6 mm au 15[e] jour, et c'est seulement au 19[e] jour (retard de 5 jours) que le traitement à la base permet d'obtenir une longueur analogue : 13 mm. A lumière diffuse, les chiffres correspondants sont de : 8,7 mm au 15[e] jour et 8 mm au 19[e] jour (retard d'environ 5 jours également).

Au 26[e] jour, les bourgeons des sujets traités par la gibberelline mesurent en moyenne de 22 à 33 mm, alors que ceux des témoins commencent à peine à évoluer (moyenne de 1,8 à 3,3 mm).

5. *Disparition de l'inhibition apicale.* — La disparition de cette inhibition se manifeste, après plusieurs semaines ou plusieurs mois de végétation,

soit par le départ de germes latéraux, soit par la ramification de l'apical lui-même.

Avec l'éthylène chlorhydrine, ce phénomène se produit environ 20 jours plus tôt que sur les témoins, ce qui correspond, là encore, à la précocité de la levée de dormance.

Avec la gibberelline, il est hâté de 40-50 jours à l'obscurité et de 50-60 jours en lumière diffuse, ce qui résulte, pour une part essentielle, de la croissance accélérée des germes. Quand ils ont atteint environ 35 mm, ces derniers se nécrosent, à partir de leur apex, ce qu'on observe rarement sur la variété Bintje, dans les conditions normales. Une nouvelle génération de bourgeons (1, 2 ou 3 par tubercule en général) se développe alors, présentant l'aspect typique qui a été décrit plus haut : la gibberelline est donc toujours active. Mais ces nouveaux germes atteignent leur taille définitive (voisine de 30 mm) en 8-10 jours, au lieu d'un mois environ pour l'apical qui les a précédés. On observe une nouvelle nécrose au niveau de leur sommet, accompagnée ou suivie d'une nouvelle poussée de germes : de sorte que, en 6-8 semaines, tous les yeux du tubercule sont pourvus d'au moins un bourgeon de grande taille.

En résumé, les concentrations de gibberelline capables de lever la dormance sans perturber en même temps la dominance apicale provoquent *indirectement* le développement de nombreux germes sur les tubercules par suite de la nécrose précoce des apex. De plus, l'influence d'une application unique persiste après deux mois et s'observe aussi bien sur la nécrose que sur la vitesse de croissance des germes. On est donc en présence d'une modification durable de la physiologie du tubercule.

Au contraire, l'éthylène chlorhydrine ne provoque de perturbations physiologiques qu'au moment de son application (levée de dormance et de dominance apicale), si bien que la différence par rapport aux témoins s'estompe progressivement avec le temps.

(1) *Calif. Agr.*, **12**, 2, 1958, p. 4-5.
(2) *Calif. Agr.*, **10**, 12, 1956, p. 4-5, in *Gibberellic Acid. Fernhurst Research Station.*

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur le métabolisme des racines excisées. Utilisation de certaines formes d'azote organique.* Note de Mlle **Gabrielle Goas**, présentée par M. Raoul Combes.

Les racines excisées de pois acceptent pour leur croissance l'urée comme source d'azote, mais semblent incapables d'utiliser les uréides glyoxyliques. La mesure des activités enzymatiques fait apparaître une synthèse de l'uréase par les racines quel que soit le milieu. Par contre, les racines ne peuvent synthétiser l'allantoïcase même en présence du substrat spécifique.

On sait que l'azote minéral, fourni sous forme d'ions nitriques, est utilisé par les racines excisées pour l'élaboration de leurs constituants azotés. Je me propose d'envisager dans cette Note le comportement de ces organes quand l'azote est donné uniquement sous forme organique. Pour cela, j'ai cultivé des racines de *Pisum sativum*, var. Serpette Guilloteaux, sur milieu de Bonner modifié par Torrey ([1]) en remplaçant les nitrates de potassium et de calcium par l'urée, l'allantoïne ou l'allantoate de potassium. Les quantités de ces composés furent calculées pour que les proportions du milieu en azote restent inchangées. Afin d'éviter un déséquilibre en ions calcium et potassium, ceux-ci ont été introduits dans le milieu respectivement sous forme de sulfate et de chlorure.

Le choix de la carbamide et des deux uréides glyoxyliques n'était pas quelconque; en effet, ces substances sont, en général, d'excellentes sources d'azote aussi bien pour les champignons que pour les végétaux supérieurs et leur utilisation nécessite une transformation préalable en ammoniaque, suivant le schéma bien connu :

$$\text{Allantoïne} \xrightarrow{\text{Allantoïnase}} \text{Acide allantoïque} \xrightarrow{\text{Allantoïcase}} \text{Urée}$$

$$\text{Urée} \xrightarrow{\text{Uréase}} CO_2 + 2NH_3.$$

Tous les essais ont été effectués dans des erlenmeyers de 150 ml renfermant chacun 20 ml de liquide nutritif. Chaque erlenmeyer a reçu cinq pointes de racines de 5 mm, prélevées aseptiquement sur des germinations de 48 h, effectuées à 22°. Deux cultures témoins sont nécessaires, l'une sur le milieu de Torrey, l'autre sur le milieu modifié, dépourvu de source d'azote. Les données concernant les poids secs et la longueur moyenne des racines obtenues pour des cultures de 7 jours à 25° sont réunies dans le tableau I.

Tableau I.

	Pointes initiales.	Racines sur milieu				
		Torrey.	sans N.	urée.	allantoïne.	allantoate.
Poids sec de 100 pointes ou racines (mg)	47,9	254	178,7	251,3	178,9	187,4
Longueur des racines (cm)	0,5	3,4	2,2	3,1	2,3	2,4

La croissance des racines avec l'urée comme source d'azote est sensiblement identique, du point de vue pondéral, à celle des racines témoins sur milieu de Torrey; on constate toutefois, que ces organes sont légèrement plus courts et plus épais que les témoins. Par contre, en présence d'allantoïne ou d'allantoate, la croissance est nettement inférieure et reste sensiblement du même ordre que celle observée sur milieu sans azote.

Les recherches d'enzymes montrent que si les pointes de racines possèdent, au moment de leur mise en culture, une uréase et une allan-

toïnase assez actives, elles sont totalement dépourvues d'allantoïcase. Après 7 jours de culture cette dernière enzyme n'a pu être mise en évidence dans aucun des lots de racines. Dans nos conditions expérimentales, la synthèse de l'allantoïcase ne s'est pas effectuée, même en présence du substrat spécifique.

La non utilisation des uréides glyoxyliques, peut avoir pour origine : l'absence de pénétration de ces composés dans les racines ou l'impossibilité de l'hydrolyse enzymatique de l'acide allantoïque par ces organes; nous reviendrons sur ce problème dans un prochain travail.

Le comportement des racines sur le milieu contenant de l'urée m'a conduite à prolonger le temps de culture, et à étudier comparativement la croissance, les activités enzymatiques et les teneurs en azote. La croissance est estimée en augmentation du poids sec car, durant la seconde semaine de culture, les racines secondaires se développent. Les données sont réunies dans le tableau II.

Tableau II.

	Pointes initiales.	Racines sur milieu de Torrey. 7 jours.	14 jours.	Racines sur urée. 7 jours.	14 jours.
Poids sec de 100 racines (mg).....	47,9	254,0	426	251,3	347
Valeur uréasique...............	24	12,2	8,8	10,8	10,2
Bilan »	0,114	0,306	0,374	0,274	0,354

On constate que l'ion nitrique assure une meilleure croissance que la carbamide lorsque la culture se prolonge. La présence d'urée dans le milieu n'entraîne aucune exaltation de l'activité uréasique; cependant, alors que la valeur uréasique décroît de 12,2 à 8,8 pour les racines témoins, elle reste sensiblement constante pour celles cultivées sur urée. Le bilan uréasique, exprimé en unités uréasiques pour 100 racines, fait apparaître que dans les deux milieux, il y a synthèse de l'uréase au cours de la croissance; la nature du composé azoté ne semble donc pas intervenir d'une façon prépondérante dans le phénomène.

Le tableau III résume les résultats concernant les différentes formes d'azote.

Tableau III.

Formes d'azote.	Pointes initiales.	Racines cultivées sur nitrates. 7 jours.	14 jours.	urée. 7 jours.	14 jours
N % total............................	8,0	3,3	3,1	2,7	2,6
N % soluble..........................	3,1	1,7	1,7	1,5	1,2
N % protéique........................	4,9	1,6	1,4	1,2	1,4
N total pour 100 pointes ou racines (mg).	3,83	8,37	13,2	6,77	9,11
N soluble pour 100 racines (mg)........	1,48	4,31	7,24	3,76	4,26
N protéique » »	2,35	4,06	5,96	3,01	4,85

Les quantités d'azote total, évaluées en pour-cent du poids sec, sont toujours plus importantes quand l'élément est fourni à l'état de nitrate. La teneur en azote soluble qui reste constante pour les racines obtenues sur milieu de Torrey, diminue quand l'urée est la source azotée. L'examen des variations de l'azote protéique fait apparaître une synthèse des protéines dans le milieu contenant de l'urée surtout pendant la seconde semaine de culture. Enfin, le calcul du bilan de l'azote montre que la teneur en composés azotés augmente dans les deux lots de racines, souligne l'accumulation de l'azote soluble dans les racines obtenues sur nitrates et l'exaltation de la synthèse protéique sur le milieu à base d'urée, pendant la seconde semaine.

(1) J. G. Torrey, *Physiol. Plantarum*, 9, 1956, p. 370.

(*Laboratoire de Physiologie végétale, Faculté des Sciences, Toulouse.*)

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur l'emploi de « microaérosols » pour l'étude expérimentale de l'action du 2.4-dichlorophénoxyacétate de sodium sur les végétaux supérieurs.* Note de M. **Marcel Chavaroc**, présentée par M. Raoul Combes.

Le traitement des plantes par aérosols « généraux » à base de 2.4-dichlorophénoxyacétate de sodium, peut être avantageusement complété par l'utilisation de « microaérosols » de faible diamètre (250 μ). Ce procédé permet de traiter efficacement une zone très précise d'un organe déterminé avec de larges possibilités d'expérimentation.

Nous avons déjà signalé l'intérêt que peuvent présenter les aérosols appliqués aux études de physiologie végétale et de tératologie expérimentale (1). La technique — non encore publiée — qui a autorisé ces premières conclusions, nous a permis de traiter avec succès des graines ou des plantules par le 2.4-dichlorophénoxyacétate de sodium (2.4-DPAS), dans des conditions déterminées. Il est apparu, cependant, que ce procédé convenait difficilement à des applications très localisées de substance active. Aussi, avons-nous cherché à compléter ces aérosols « généraux » par des « microaérosols » pouvant intéresser une zone bien définie de la plante. D'autre part, au cours de notre expérimentation sur le 2.4-DPAS, qui dure depuis plusieurs années, nous avons pu vérifier que la radicule était extrêmement sensible à ce produit. Il était donc logique de penser que la zone de croissance radiculaire réagirait de façon particulière à l'auxine. C'est dans ce but initial que nous avons monté un nouvel appareillage, en partant du générateur d'aérosols type G 1 de Gauchard, auquel nous avons adapté des aiguilles de verre, très fines, donnant des « microaérosols » de l'ordre

de 250 μ et dont nous avons commencé l'étude des caractéristiques techniques.

Cette étude va d'ailleurs de pair avec des observations biologiques, ces dernières étant même le point de départ et la raison d'être essentielle de nos recherches sur les aérosols. Ces premières investigations sont nettement positives. Notre expérimentation a porté sur des plantules de *Raphanus sativus* L. (« Radis National »), dont nous avons déjà précisé la sensibilité au 2.4-DPAS [2].

Des graines de Radis ont été mises à germer en boîtes de Petri, sur papier buvard imprégné d'eau distillée (5 ml), en étuve, à 25° C, à l'obscurité. Des plantules, d'égal développement, ont été prélevées deux jours plus tard et placées dans de nouvelles boîtes, sur buvard neuf, légèrement mouillé (3 ml) d'eau distillée. Deux boîtes ont été conservées comme témoins; trois autres ont été expérimentées. Chaque plantule a été traitée, séparément, sur lame porte-objet, par un « microaérosol » de 2.4-DPAS provenant d'un aérosol de substance active à la concentration de 10^{-3}(1 g de produit pur par litre d'eau distillée). Ce microaérosol a été projeté durant 1 mn, normalement à la surface de la radicule, sur la zone de croissance, à 1 mm de la pointe de l'organe. Le traitement a été suivi sous loupe binoculaire. Les autres conditions de l'expérience (pression de l'aérosol, température, tension du courant utilisé, etc.) pouvant être facilement suivies et maintenues constantes.

Les plantules témoins ont été disposées provisoirement dans un local éloigné de celui du traitement. Les lots, témoins et traités, ont été ensuite replacés en étuve, dans les mêmes conditions que pour la germination. La mesure des radicules a été régulièrement effectuée toutes les 24 h, jusqu'à l'arrêt définitif de croissance. Les résultats, sensiblement les mêmes pour chacune des boîtes traitées, se présentent comme suit :

	Moyenne des longueurs (mm).	
Dates des observations.	Témoins.	Traités.
Jour 0 (jour du traitement)..........	5,5	5,5
» 1 (24 h après traitement)........	15,7	8,6
» 2 (48 h après traitement)........	20,5	10,5
» 3...........................	25,7	12
» 4...........................	26,1	14
» 5...........................	27	Croissance arrêtée
» 6...........................	27,1	
	Croissance arrêtée	

La netteté des résultats précédents nous a inspiré les conclusions suivantes :

1° L'application de « microaérosols » de 2.4-DPAS (sel de sodium) sur la zone de croissance de la radicule des plantules de Radis, conduit à des

résultats hautement significatifs (croissance retardée de moitié chez les sujets traités);

2° Il est possible de traiter avec une grande précision, et en un point déterminé, une graine, une plante ou un organe quelconque; la dimension des plus petits « microaérosols » obtenus se fixant autour de 250 μ. Nous essayons actuellement, d'ailleurs, d'abaisser ce seuil, dont le facteur limitant essentiel paraît être la charge électrique des particules;

3° Cette méthode permet de déposer directement sur la zone envisagée le produit étudié, sans le jeu d'une substance-support dont l'activité n'est pas toujours négligeable;

4° Nous espérons d'ailleurs avoir bientôt une idée précise sur la quantité de produit actif mise à la disposition de la plante; nous étudions actuellement un moyen simple de comptage et de mesure des particules de ces microaérosols;

5° Enfin, ce procédé met en jeu un appareillage que nous avons voulu peu coûteux, et qui permet cependant d'expérimenter un nombre pratiquement illimité de substances. Des détails d'ordre technique seront donnés ultérieurement.

En conclusion, nous insisterons sur le fait que les « microaérosols » complètent avantageusement la méthode des aérosols « généraux », par la souplesse et la précision expérimentales qu'ils apportent. Ils constituent un point de départ précis, quant à nos recherches sur le dosage biologique des aérosols.

(1) M. Chavaroc, *Comptes rendus*, **245**, 1957, p. 2079.
(2) M. Chavaroc, *Bull. Soc. Bot. Fr.*, **104**, 1957, p. 480-483.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur le métabolisme azoté des Gymnospermes. Variations de l'activité arginasique et de la teneur en certains aminoacides au cours de la germination des graines de* Pinus pinaster *Sol.* Note de M. **Yves Guitton**, présentée par M. Raoul Combes.

Au cours de l'imbibition des graines, l'activité arginasique croît beaucoup plus rapidement que la teneur en arginine libre. Au début de la croissance des plantules, l'activité enzymatique la plus importante se localise dans les cotylédons. En aucun cas, l'ornithine n'a pu être mise en évidence; par contre, l'acide aspartique et l'asparagine s'accumulent en quantités considérables dans les plantules.

La présence simultanée dans les graines de *Pinus pinaster* d'arginine en quantités notables et de l'arginase (1), m'a incité à étudier parallèlement, au cours de la germination, les variations de l'activité arginasique

et l'évolution de certains acides aminés dans la graine et dans les germinations.

Les germinations ont été effectuées à l'étuve à 25° sur vermiculite imbibée de solution de Knop au 1/10e. Les graines de *Pinus pinaster*, provenaient de la récolte 1956. J'ai retenu cinq stades différents :

Stade 1. — Graines sèches;

Stade 2. — Graines après imbibition. Les graines, stérilisées à l'hypochlorite puis lavées à l'eau distillée, ont été placées dans la vermiculite, en présence de solution de Knop; dans ces conditions, l'imbibition complète est atteinte après 4 jours;

Stade 3. — Très jeunes germinations de 5 jours, la radicule est sortie (*voir* remarque);

Stade 4. — Germinations de 10 jours; l'hypocotyle mesure 3 cm, les cotylédons de 1 cm sont encore inclus dans l'endosperme;

Stade 5. — Germinations de 25 jours; l'hypocotyle mesure 5 cm, les cotylédons de 1 cm sont largement étalés.

Remarque. — Le temps de culture, à compter de ce stade, ne comprend pas la durée d'imbibition.

Pour chaque stade, les échantillons moyens ont été répartis en deux lots. Le premier, après dessiccation et délipidation à froid, a servi à la détermination de l'activité arginasique [1]; le deuxième à l'estimation des amino-acides par chromatographie (papier Arche n° 302; solvants : butanol-acide acétique pour la première dimension et phénol-eau pour la deuxième).

L'importance relative des amino-acides et des amides (asparagine et glutamine) a été estimée par des valeurs décroissantes de 0 à 20. Parmi les amino-acides, seuls les acides aspartique et glutamique et l'arginine ont été retenus. La chromatographie montre, en effet, que de nombreux autres acides aminés tels que la sérine, l'alanine, la proline, la valine, la leucine, la tyrosine et la phénylalanine, bien qu'existant en quantités notables, ne présentent que de faibles variations relatives dans la graine comme dans les germinations.

Le tableau ci-après résume les résultats obtenus.

Stades...	1.	2.	3.	4.		5.		
	Graines.			Endosperme.	Plantules.	Cotylédons.	Hypocotyles.	Racines.
Arginine	4	4	6	12	20	20	12	6
Acide aspartique	2	2	3	4	12	12	20	20
» glutamique	3	3	4	8	12	8	8	12
Asparagine	1	1	2	0	12	16	20	20
Glutamine	1	1	2	4	4	4	4	4
Activité arginasique	2	20	27	27	88	86	6	0

L'arginine existe en faibles quantités dans la graine, sa teneur augmente au cours de la germination et lors du développement de la jeune plantule. Au stade 5, l'étude séparée des organes permet de constater que l'amino-acide est prépondérant dans les cotylédons. Parallèlement, l'activité arginasique croît très rapidement; la valeur maximale s'observe dans les cotylédons. Au stade 5, l'hypocotyle est encore légèrement actif alors que l'enzyme a disparu des racines. Ceci semble indiquer que l'arginine joue un rôle dans les premières phases du développement. Subit-elle une dégradation en ornithine et urée ? Les hautes teneurs en arginase permettent de le supposer; cependant, à aucun stade, nous n'avons pu mettre en évidence l'ornithine avec certitude.

Les teneurs en acide aspartique et en asparagine augmentent d'une façon considérable. Contrairement à l'arginine, leur localisation est en faveur de l'hypocotyle et des racines (stade 5). L'acide aspartique prend naissance au cours de la protéolyse; l'asparagine, totalement absente de l'endosperme en digestion, n'apparaît que plus tard dans les plantules. Enfin, il est intéressant de signaler que la teneur en glutamine reste faible; celle en acide glutamique croît mais plus lentement que pour l'acide aspartique.

Ce travail apporte une contribution aux recherches de E. W. Yemm et B. F. Folkes [2] qui affirment que l'arginine, l'asparagine et la glutamine sont les composés les plus importants impliqués dans la mobilisation et le transfert de l'azote.

(1) *Comptes rendus*, 245, 1957, p. 1157.
(2) *Ann. Rev. Plant Physiol.*, 9, 1958, p. 256.

(*Laboratoire de Physiologie végétale, Faculté des Sciences, Toulouse.*)

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Variations de l'intensité respiratoire de feuilles de Pommier en place, sur les rameaux, avant et pendant la période de jaunissement et de chute.* Note de M. **Georges Carlier**, présentée par M. Raoul Combes.

Les feuilles de Pommier, évoluant sur pied dans les conditions naturelles présentent avant leur chute, une crise de l'intensité respiratoire avec passage par un maximum; le déroulement de cette crise est relativement indépendant de celui du jaunissement.

Blackman [1], et après lui Godwin et Bishop [2], Audus [3], étudiant la respiration de feuilles détachées, conservées à l'obscurité, ont montré que l'intensité respiratoire passe par un maximum au début de jaunissement. En ce qui concerne les feuilles évoluant naturellement sur pied, un maximum a été trouvé par Arney [4] sur des feuilles en place de Fraisier, et par

Eberhardt [5] sur des fragments de feuilles de plusieurs espèces. Tous deux ont observé que ce maximum respiratoire peut être plus ou moins décalé par rapport au jaunissement. J'ai appliqué à cette étude la technique de mesure de l'intensité respiratoire des organes sur pied, due à Leblond et Ulrich [6]. Les mesures ont été faites à l'automne 1958, après un travail préliminaire en 1957, sur des feuilles de Pommier (variété Peasgood non such).

1. *Technique de mesure.* — Les feuilles restent fixées à l'arbre dans les conditions naturelles du verger. Pour effectuer les mesures, on enferme temporairement le limbe dans une chambre obscure, individuelle, maintenue à température constante. Un courant d'air atmosphérique, de température et humidité déterminées et de débit constant, traverse la chambre. On l'envoie périodiquement vers un analyseur de gaz par absorption d'infrarouge, qui mesure son enrichissement en gaz carbonique. La production de gaz carbonique, exprimée en millimètres cubes par heure, est rapportée à 100 cm^2 de surface foliaire. A la fin de chaque séance de mesures, on enlève la chambre; les mesures peuvent être renouvelées à volonté tout au long de la vie de la feuille.

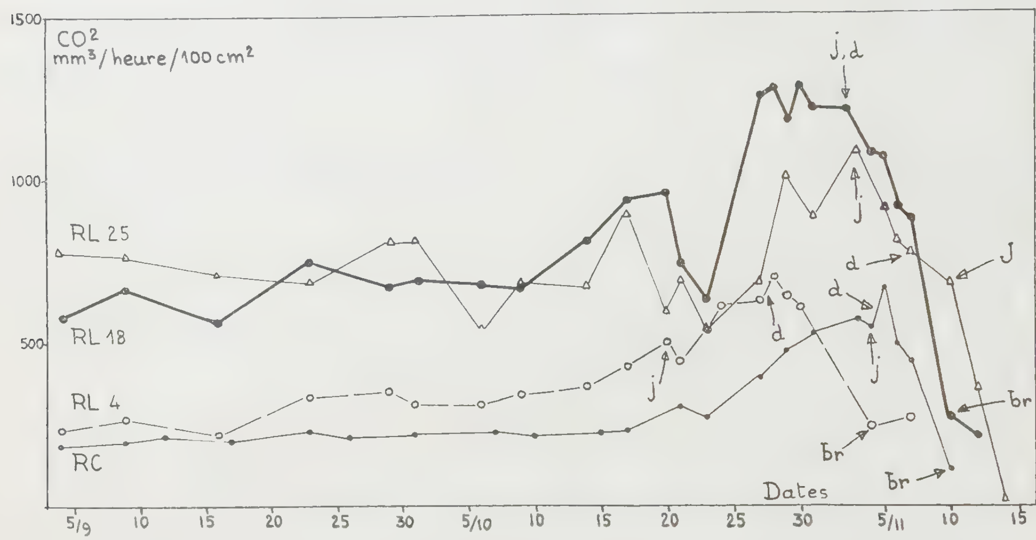
2. *Caractéristiques des feuilles étudiées.* — Les mesures ont concerné d'une part cinq feuilles portées par des rameaux courts, d'autre part dix feuilles portées par trois rameaux longs et choisies à la base, aux deux tiers et au sommet de chacun de ces rameaux. Ces feuilles se sont comportées normalement; quelques jours ont habituellement séparé l'apparition de la première tache jaune et l'extension du jaunissement; le jaunissement total a été rarement atteint; enfin certaines feuilles n'ont pas jauni du tout. La chute s'est produite à divers stades du jaunissement; elle a été suivie, après quelques jours, par un brunissement brusque. Les feuilles ont jauni dans l'ordre de leur insertion sur les rameaux, de la base au sommet. Quand les feuilles choisies pour les mesures se détachaient, leur pétiole était plongé dans l'eau, pour éviter un dessèchement prématuré.

3. *Exécution des mesures.* — Les mesures commencées au début de septembre, ont été effectuées sur chaque feuille, d'abord tous les 4 ou 5 jours, puis de plus en plus souvent, et même chaque jour lors de la crise respiratoire. La température de l'air circulant autour des feuilles était de 22° C, l'humidité relative de 65 % et la teneur originelle en gaz carbonique de 0,03 % environ. Les chambres étaient mises en place dans la matinée. Dans ces conditions, l'intensité respiratoire, à partir de la mise en place de la chambre, variait habituellement ainsi : après une rapide chute initiale durant 10 à 40 minutes, elle restait à peu près constante pendant 1 à 3 heures, puis décroissait lentement. On a choisi comme repère de l'intensité respiratoire, la valeur correspondant au régime constant.

4. *Résultats.* — La figure 1 montre la variation de l'intensité respira-

toire ainsi définie, pour une feuille de rameau court RC apparue en mai, et pour trois feuilles d'un rameau long, RL 4, RL 18 et RL 25, apparues au début de mai, fin juin et fin juillet; l'examen des courbes conduit aux conclusions suivantes :

a. dès le début de septembre, l'intensité respiratoire augmente lentement, sauf pour les feuilles les plus jeunes (RL 25);



Variations de l'intensité respiratoire de quatre feuilles de Pommier sur l'arbre, pendant l'automne 1958; j, première tache jaune; J, jaunissement complet; br, brunissement; d, chute.

b. à partir de la deuxième quinzaine d'octobre s'instaure une phase d'ascension rapide; puis la valeur de l'intensité respiratoire reste environ une semaine au voisinage d'un maximum; pour des feuilles successives d'un même rameau, ce maximum est atteint dans l'ordre de leur insertion. Le début de la retombée respiratoire coïncide en général avec la chute de la feuille, mais peut la précéder;

c. il n'y a pas de relation constante entre la crise respiratoire et l'apparition de la première tache jaune : celle-ci peut apparaître entre le début de la phase d'ascension rapide et la fin du maximum.

Quant à l'extension de la coloration jaune, elle coïncide avec la fin du maximum et la phase de retombée. Évidemment cette dernière se produit même en cas de jaunissement médiocre. Le brunissement final correspond à des valeurs très faibles de l'intensité respiratoire;

d. les courbes présentent des accidents qui sont particulièrement marqués pour les feuilles bien dégagées de la masse du feuillage. La chute temporaire qui s'est produite du 20 au 23 octobre correspond à une période de 6 jours de temps couvert (du 18 au 23); elle n'a pas affecté les feuilles dont la crise respiratoire était déjà avancée.

En conclusion. — Chez le Pommier, la crise respiratoire automnale qui se produit sur pied chez toutes les feuilles, est relativement indépendante du jaunissement visible, quoique les deux phénomènes fassent partie de l'ensemble des modifications métaboliques propres à la feuille sénescente.

(1) F. F. Blackman cité par W. O. James, *Plant respiration*, Oxford, 1953.
(2) H. Godwin et L. R. Bishop, *New Phytol.*, 26, 1927, p. 295-315.
(3) L. J. Audus, *New Phytol.*, 40, 1941, p. 86-96.
(4) S. E. Arney, *New Phytol.*, 46, 1947, p. 68-96.
(5) F. Eberhardt, *Planta*, 45, 1955, p. 57-67.
(6) C. Leblond et R. Ulrich, *J. Rech. C. N. R. S.*, 37, 1956, p. 365-370.

(*Laboratoire de Biologie végétale, Station du Froid, C. N. R. S.*)

PHYSIOLOGIE. — *Sur le mécanisme de l'action hypothermisante de l'insuline : Hypoglycémie et déséquilibre ionique plasmatique.* Note de M. **Pierre Binet**, présentée par M. Léon Binet.

L'insuline administrée, en infusion veineuse lente, au Lapin exposé au froid, provoque une hypoglycémie qui entraîne un déséquilibre ionique plasmatique et une hypothermie. Tous ces phénomènes disparaissent par infusion simultanée de glucose en quantité convenable. La valeur de la glycémie conditionnerait le degré d'ionisation des cations alcalino-terreux du plasma.

Il est possible d'obtenir une hypothermie chez l'homéotherme par injection d'insuline [1]. Or, l'insuline provoque non seulement une hypoglycémie, mais aussi des modifications de l'équilibre ionique plasmatique.

Il paraît donc intéressant, sachant qu'on peut obtenir l'hypothermie de l'homéotherme par un déséquilibre cationique plasmatique [2], de rechercher quelles relations peuvent exister entre l'hypothermie, l'hypoglycémie et le déséquilibre ionique provoqués par l'insuline.

L'hypokaliémie insulinique est un phénomène connu [3] bien que, parfois, de faible intensité. Quant aux modifications de l'équilibre ionique portant sur les autres cations du plasma, consécutives à l'injection de cette hormone, elles sont variables et les résultats des divers auteurs souvent contradictoires [4].

Nos expériences sont conduites comme suit :

Des lapins, à jeun depuis 24 h, sont placés, en contention, pendant 3 h dans une chambre froide (température + 3°). Leur température rectale est notée tout au long de ce séjour au froid. Ils reçoivent pendant ce temps, en infusion lente par la veine marginale de l'oreille, l'une des solutions ci-après : Série A, soluté de chlorure de sodium à 9 g °/₀₀. Série B, même soluté, mais additionné de 10 U.I. par litre d'insuline. Série C, soluté de glucose à 50 °/₀₀. Série D, soluté précédent additionné de 10 U.I. par litre

d'insuline. Le débit de ces infusions est de l'ordre de 0,66 ml/mn. Deux prélèvements de sang, l'un avant l'infusion, l'autre à l'arrêt de celle-ci, sont effectués en vue de la détermination de la glycémie et du dosage dans le sérum du sodium, du potassium, du calcium et du magnésium. Les valeurs moyennes de toutes ces déterminations sont rassemblées ci-dessous.

		Température rectale (°C).	Glycémie (g °/oo).	Sodium (g °/oo).	Potassium (mg °/oo).	Calcium (mg °/oo).	Magnésium (mg °/oo).
Série A	Début	+38,9	1,04	3,33	173	119	25
	Fin	+36,1	1,39	3,39	199	118	24,3
Série B	Début	+38,7	0,99	3,40	191	115	24,6
	Fin	+33,5	0,55	3,34	176	114	16,5
Série C	Début	+38,7	1,01	3,35	193	115	24,2
	Fin	+36,1	3,07	3,20	201	120	20,9
Série D	Début	+38,8	1,06	3,33	206	119	25,2
	Fin	+36,5	1,15	3,18	195	123	25,9

Il apparaît donc que dans les conditions expérimentales ci-dessus indiquées, l'infusion de soluté de chlorure de sodium (série A) ne provoque pratiquement pas de modification de la glycémie, ni de l'équilibre ionique. La légère hypothermie observée se retrouve chez des animaux témoins, à jeun depuis 24 h, et placés en contention pendant 3 h en chambre froide, leur température s'abaisse alors à + 36°,6.

La présence d'insuline dans le soluté sodique (série B) modifie le comportement de l'animal, l'hypoglycémie, une hypothermie et un déséquilibre ionique apparaissent. Ce dernier est caractérisé par une baisse importante du magnésium alors que le taux du potassium est à peine diminué.

L'infusion de soluté de glucose (série C) n'amène pratiquement pas d'hypothermie, mais on observe une légère baisse du magnésium et une forte hyperglycémie.

Enfin, l'infusion simultanée de glucose et d'insuline (série D), en proportion telle que la glycémie ne soit pas modifiée, n'entraîne ni hypothermie ni déséquilibre ionique.

L'insuline semble donc responsable de l'hypothermie par l'intermédiaire de l'hypoglycémie, puisque si celle-ci est empêchée, il n'y a plus d'hypothermie. Mais la glycémie doit, dans une certaine mesure, conditionner l'équilibre ionique. En effet, l'hyperglycémie par infusion de glucose, ainsi que l'hypoglycémie insulinique amènent une baisse du magnésium; mais alors qu'il y a hypothermie dans le second cas, on n'en observe pas dans le premier. Il faut donc ou bien envisager une certain effet protecteur contre l'hypothermie joué par l'hyperglycémie, ou bien penser que le mécanisme intime des relations entre la glycémie et l'équilibre ionique plasmatique est complexe, probablement lié à des modifications du taux

des phosphates inorganiques du plasma ([5]) entraînant, comme il ressort des travaux de A. M. Monnier et collaborateurs ([6]), des modifications de la teneur du plasma en calcium et en magnésium ionisés, modifications qui, de ce fait, ne seraient plus parallèles aux variations du calcium et du magnésium totaux qui seules peuvent être abordées par les méthodes chimiques classiques.

([1]) J. Giaja, L. Markovic-Giaja et V. Popovic, *Arch. intern. Physiol. Bioch.*, 63, 1955, p. 413.

([2]) P. Binet, *Comptes rendus*, 244, 1957, p. 1094.

([3]) H. C. Platiner, *Le métabolisme du potassium et ses perturbations*, Masson, Paris, 1954.

([4]) R. Valencia-Turro, *Thèse de Médecine*, Paris, 1954.

([5]) J. Colin, *Ann. Biol. Clin.*, 11, 1953, p. 165.

([6]) A. M. Monnier, V. Bonnet et R. Brard, *Arch. intern. Physiol. Bioch.*, 54, 1946, p. 188; A. M. Monnier et V. Bonnet, *Arch. Sc. physiol.*, 1, 1947, p. 91.

ENDOCRINOLOGIE. — *Masculinisation spontanée et expérimentale des glandes sous-maxillaires chez la Souris femelle.* Note (*) de M. **Jean Desclin**, transmise par M. Robert Courrier.

Lacassagne observa en 1940 pour la première fois le dimorphisme sexuel des glandes sous-maxillaires chez la Souris ([1]). Il montra que ce dimorphisme porte essentiellement sur l'aspect et les dimensions des tubes séreux de ces glandes salivaires; chez les mâles, ces tubes sont larges, nombreux et leurs cellules sont bourrées de granulations acidophiles; les acini glandulaires sont comprimés entre les tubes séreux. Chez les femelles, par contre, les tubes à grains sont étroits et contiennent des granulations peu abondantes; les acini glandulaires occupent un espace prépondérant dans le parenchyme.

Ces différences entre les glandes provenant d'animaux mâles et femelles dépendent des hormones sexuelles, car la castration des mâles entraîne l'atrophie des tubes séreux, dont la structure normale peut être rétablie par l'administration de testostérone; cette hormone, injectée à des souris femelles, confère à leurs glandes sous-maxillaires la structure typique de celles des mâles ([1]).

Le dimorphisme sexuel et ses modifications expérimentales ont été estimés quantitativement, soit par la mesure du diamètre des tubes séreux ([1]), soit par l'établissement d'un rapport entre la surface des tubes et celle des acini ([2]).

Dans une publication antérieure ([3]), nous avons exposé une méthode quantitative basée sur la planimétrie et permettant d'établir un « indice

tubulaire » caractéristique pour chaque glande. L'indice tubulaire moyen des mâles, calculé chez 10 souris mâles adultes de 4 à 6 mois, est de $49,7 \pm 2,4$. L'indice tubulaire moyen des femelles, établi sur 10 femelles adultes de 4 à 6 mois, est de $16,1 \pm 1,5$. La différence entre ces deux moyennes est statistiquement très significative (p. inférieur à 0,001, par le test de Student-Fischer).

Grâce à cette méthode, nous avons montré que chez des femelles gravides, sacrifiées pendant le dernier tiers de la gestation, les tubes à grains s'hypertrophient, et l'indice tubulaire monte à une valeur de $31,3 \pm 1,9$ (moyenne de 10 animaux). Chez des femelles qui allaitent leurs jeunes depuis 15 jours, l'hypertrophie des tubes à grains est encore plus marquée, l'image histologique observée est presque superposable à celle qu'on voit chez les mâles ; l'indice tubulaire moyen, calculé chez sept souris femelles allaitant leurs jeunes depuis 15 jours, est de $45 \pm 1,9$. Il se produit donc pendant la gestation et la lactation une virilisation nette des glandes sous-maxillaires. Dans le post partum, cette masculinisation est liée à l'allaitement : en effet, si l'on mesure l'indice tubulaire chez des femelles qui ont mis bas depuis 15 jours, mais dont les jeunes ont été enlevés dès la naissance, on trouve une valeur qui n'est que de $24 \pm 2,5$ (moyenne sur 11 animaux).

Nous avons tenté de mettre en évidence la source de ces androgènes au cours de la gestation et de l'allaitement. Dans ces états physiologiques particuliers, les ovaires de la Souris sont porteurs de volumineux corps jaunes. Or, on sait déjà que chez la Ratte, gravide ou allaitant des jeunes, il se produit une sécrétion d'androgènes aisément décelable ([4]) ([5]). Il convenait dès lors de vérifier si, d'une part les corps jaunes chez la Souris pouvaient être maintenus par une sécrétion accrue de prolactine, comme chez la Ratte, et si, d'autre part, l'effet androgénique était bien lié à la présence des corps jaunes.

L'action lutéotrophique de la prolactine chez la Souris n'a été démontrée que par une observation unique ([6]).

C'est pourquoi nous avons administré de la prolactine à des souris femelles adultes. 20 U. I. journalières de prolactine ([7]) pendant 21 jours administrées à huit souris ont été incapables de provoquer un effet virilisant au niveau des glandes sous-maxillaires, et n'entraînent pas de modifications notables au niveau de l'ovaire et du tractus génital.

Mais il n'en fut pas de même lorsque 40 U. I. de prolactine ont été administrées dans les mêmes conditions. Chez les neuf souris traitées, nous avons constaté une virilisation nette des glandes sous-maxillaires, dont l'indice tubulaire moyen s'élève à $25,9 \pm 2,6$. Dans ce lot-ci d'animaux, les ovaires contiennent des corps jaunes volumineux, et les muqueuses vaginales sont fortement mucifiées. On peut donc en conclure qu'à la dose de 40 U. I. par jour, la prolactine a une action lutéotrophique chez la

Souris, et qu'elle entraîne une masculinisation des glandes sous-maxillaires.

Ces résultats tendent à attribuer à l'ovaire une sécrétion d'hormones androgènes. L'expérience suivante démontre cette origine ovarienne des androgènes pendant l'allaitement.

Neuf souris femelles gravides ont été castrées le jour de la mise-bas, elles ont continué à allaiter leurs jeunes normalement. 15 jours après la castration les animaux ont été sacrifiés, les glandes sous-maxillaires ont été prélevées, et l'indice tubulaire moyen déterminé. Sa valeur est de $17,4 \pm 1,0$, chiffre qui n'est pas statistiquement différent de celui trouvé chez des femelles vierges. Par conséquent, l'ovariectomie à la mise-bas supprime la masculinisation observée pendant l'allaitement chez des femelles intactes; c'est donc bien l'ovaire qui est à l'origine de ce phénomène.

Ces résultats confirment les observations de Price D. sur la prostate accessoire de la Ratte [8].

Il est à remarquer toutefois que le cortex surrénalien peut également être une source d'androgène comme le démontrent les expériences suivantes. Nous avons injecté de l'hormone corticotrope (ACTH) à des souris femelles adultes. Cinq souris femelles de quatre mois ont reçu 5 U. I. d'ACTH [9] par jour pendant 15 jours; le lendemain de la dernière injection les animaux ont été sacrifiés, et l'indice tubulaire moyen des glandes sous-maxillaires a été déterminé; il s'élève à $30,4 \pm 1,8$.

La même expérience a été répétée, dans des conditions identiques, mais cette fois sur des souris ovariectomisées le jour précédant la première injection d'ACTH. Au terme du traitement, l'indice tubulaire moyen est de $28,3 \pm 1,6$ (moyenne sur 10 animaux). L'administration d'ACTH a donc provoqué la masculinisation des glandes sous-maxillaires, et ceci en l'absence comme en présence des ovaires. Ces résultats confirment les observations récentes de R. Deanesly [10] sur la zone X surrénalienne et sur le tractus génital mâle de la Souris. Dans les conditions expérimentales données, les ovaires n'interviennent donc pas pour masculiniser les glandes sous-maxillaires, contrairement à ce qui se passe pendant la lactation.

Conclusions. — Pendant la gestation et la lactation, les glandes sous-maxillaires de souris femelles acquièrent une structure se rapprochant du type observé chez les mâles. L'interruption de l'allaitement entraîne la régression de cette masculinisation.

A dose adéquate, la prolactine a une action lutéotrophique chez la Souris, et cette action s'accompagne d'une masculinisation des glandes sous-maxillaires.

La castration à la mise-bas supprime la masculinisation des glandes sous-maxillaires pendant l'allaitement, démontrant ainsi l'origine ovarienne des androgènes décelables pendant la lactation.

L'hormone corticotrope provoque la sécrétion d'androgènes par les surrénales, et détermine la masculinisation des glandes sous-maxillaires, en présence comme en l'absence des ovaires.

(*) Séance du 19 janvier 1959.

(1) A. Lacassagne, *C. R. Soc. Biol.*, 133, 1940, p. 180 et 227.
(2) R. Causse et A. Lacassagne, *C. R. Soc. Biol.*, 136, 1942, p. 413 et 493.
(3) J. Desclin, *C. R. Soc. Biol.*, séance de la Société Belge du 20 décembre 1958.
(4) D. Price, *Physiol. Zool.*, 14, 1941, p. 145.
(5) M. W. Burrill et R. R. Greene, *Anat. Rec.*, 83, 1942, p. 209.
(6) I. C. Jones, *Proc. Roy. Soc. Biol. Sc.*, 139, 1951, p. 398.
(7) Lutéotrophine Squibb (échantillons ayant dépassé de deux ans la date de la péremption).
(8) D. Price, *Anat. Rec.*, 97, 1947, p. 519.
(9) « Acthar » de Armour.
(10) R. Deanesly, *Nature*, 5 juin 1958.

(*Laboratoire d'Histologie de la Faculté de Médecine, Université de Bruxelles.*)

BIOLOGIE MARINE. — *Croissance épithéliale et cycle d'intermue chez* Leander serratus (*Pennant*). Note (*) de Mlle **Catherine Tchernigovtzeff**, présentée par M. Louis Fage.

L'observation des multiplications cellulaires chez *L. serratus* a permis d'établir que la croissance épithéliale se réalise à une période déterminée du cycle d'intermue, correspondant aux stades D_0, D'_1 et D''_1. Chez les crevettes dont le cycle a été raccourci par l'ablation des pédoncules oculaires : *a*. la période mitotique débute en D_0 plus avancé et se prolonge jusqu'en fin de D''_1; *b*. les taux mitotiques sont plus élevés.

La croissance qui se révèle à la mue, chez un Crustacé, est l'expression de l'activité mitotique qui a eu lieu dans l'épithélium au cours du cycle qui a précédé et préparé cette mue. Les différentes étapes menant à la constitution d'une nouvelle carapace ont été décrites en détail par P. Drach (1) qui a défini ainsi dans le cycle d'intermue une série de stades caractéristiques. Cependant, le phénomène fondamental de la croissance de la nouvelle carapace au moment de sa formation n'a pas été étudié du point de vue de la multiplication cellulaire.

Travaillant sur *Leander serratus* (Décapode *Natantia*), j'ai cherché à déterminer, chez cette espèce, comment se situent les multiplications cellulaires dans l'évolution que subit l'épithélium au cours du cycle d'intermue.

J'ai cherché chez *Leander* une région où toute une plage d'épithélium puisse être décollée de la carapace et détachée des tissus sous-jacents sans être distendue ni déchiquetée. La région répondant le mieux à ces exigences est l'aire gastrique située à l'avant de la carapace céphalothoracique, au niveau de la première épine et de part et d'autre de celle-ci. Sur le

vivant, c'est une zone très transparente où l'épithélium n'est doublé que de quelques travées conjonctives, sans attaches avec les organes sous-jacents et sans insertions musculaires.

Toutes les opérations de fixation et de coloration (gallocyanine) sont effectuées sur l'épithélium *in situ*, adhérant à la carapace largement découpée sur la crevette vivante. Au moment de la déshydratation en vue du montage, la région intéressante est plus précisément isolée et l'épithélium enfin décollé.

Les préparations ainsi obtenues permettent chacune d'explorer environ 2 mm² d'épithélium par individu. L'ensemble de la préparation est projeté sur papier calque afin que surface explorée et mitoses soient notées en un même temps. Ensuite, les mitoses sont vérifiées une à une au microscope et la surface exacte déterminée par pesée. Les taux mitotiques sont exprimés en nombre de mitoses par millimètre carré d'épithélium. Afin d'éviter des variations éventuelles des taux mitotiques en rapport avec un rythme nycthéméral possible, le matériel a été fixé toujours à la même heure de la nuit. Les résultats se rapportent à une centaine d'individus de taille comprise entre 35 et 40 mm pour chacune des deux séries étudiées (crevettes normales et opérées).

1° J'ai observé que les multiplications cellulaires n'ont lieu dans l'épithélium qu'à une certaine période du cycle d'intermue. Par rapport aux stades d'intermue définis par P. Drach ([2]) l'activité mitotique épithéliale se manifeste, chez les crevettes normales, pendant une période allant du début de D_0 jusqu'à la fin de D''_1; autrement dit, les mitoses apparaissent après le décollement de l'épithélium, se poursuivent jusqu'à la fin de la formation des soies (D''_1) et cessent avant l'apparition des premiers dépôts de cuticule sur les soies (D'''_1). A l'intérieur de ces limites, le phénomène présente une très grande variabilité. Bien que les taux maximums obtenus diffèrent d'un stade à l'autre et soient nettement plus élevés dans la phase centrale qu'au début et à la fin de la période d'activité mitotique (début de D_0, 25 m/mm²; D_0 moyen, 58; fin de D_0, 82; début de D'_1, 56; fin de D'_1, 21) on a, pour tous les stades de cette période, des valeurs minima également faibles (1 à 2 mitoses/mm²) ainsi qu'une série de valeurs intermédiaires réparties de façon uniforme.

2° Une étude parallèle a été effectuée sur des crevettes ayant subi préalablement l'ablation de leurs pédoncules oculaires. Le système endocrinien pédonculaire joue un rôle inhibiteur dans la croissance ([3]), ([2]). Les crevettes opérées ont, par rapport aux crevettes normales de même taille, un cycle d'intermue plus court (de 10 % environ) et un taux de croissance plus élevé (de 2 à 5 % environ). La comparaison des résultats fait ressortir chez les crevettes privées de leurs pédoncules oculaires :

a. un *décalage de l'ensemble du phénomène mitotique* par rapport aux stades d'intermue; en effet, les mitoses apparaissent en D_0 plus avancé

et se poursuivent encore en D_1''' alors qu'à ce stade elles ont complètement cessé chez les crevettes normales;

b. des *taux mitotiques plus élevés* que chez les crevettes normales, ce qui correspond à l'augmentation du taux de croissance. Pour 54 crevettes normales présentant des mitoses épithéliales, on a un taux moyen de 28,2 m/mm²; pour 63 crevettes opérées, 52,0 m/mm². La différence entre les deux moyennes est nettement supérieure au double de son erreur standard ($5,7 > 2$). Si, pour chacune des séries, le taux moyen pour l'ensemble des crevettes en activité mitotique ne peut avoir de signification absolue — l'évolution du phénomène à l'intérieur de la période d'activité étant encore assez mal définie — la différence entre les deux moyennes est cependant assez grande pour être significative.

En résumé, j'ai pu établir que la croissance épithéliale de *Leander serratus* se réalise à une période précise du cycle d'intermue. L'observation d'un décalage du phénomène mitotique par rapport aux stades d'intermue chez les crevettes opérées (ablation des pédoncules oculaires) constitue une première étape dans l'étude du déterminisme de la crise mitotique épithéliale et semble indiquer que celle-ci n'est pas absolument liée au cycle sécrétoire de l'épithélium. L'élévation des taux mitotiques chez les crevettes opérées précise l'effet inhibiteur du système endocrinien pédonculaire dans la croissance.

(*) Séance du 12 janvier 1959.
(1) *Ann. Inst. Océanog.*, 19, n° 3, 1939, p. 103-392.
(2) *Bull. Biol. Fr. et Belg.*, 78, 1944, p. 40-62.
(3) R. Smith, *Biol. Bull.*, 79, 1940, p. 145.

(*Station biologique de Roscoff*
et Laboratoire d'Océanographie biologique
de l'Institut Océanographique, Paris.)

GÉNÉTIQUE. — *Les chromosomes humains en culture de tissus.* Note de M. **Jérôme Lejeune**, Mlle **Marthe Gauthier** et M. **Raymond Turpin**, présentée par M. Léon Binet.

Une technique de culture de fibroblastes à court terme permet d'étudier systématiquement les 46 chromosomes humains. La présence, chez la Femme, de quatre très petits chromosomes à centromère quasi terminal, et de cinq du même type chez l'Homme, autorise un diagnostic du sexe chromosomique. Chez trois garçons mongoliens, ce critère a été mis en échec du fait de la présence de 47 chromosomes.

Technique de culture. — Un fragment de tissu conjonctif non adipeux (*fascia lata*) est prélevé aseptiquement et cultivé sur lamelle micros-

copique selon la technique habituelle. Après suppression de l'explant on obtient une couche monocellulaire sur la lamelle.

L'éclatement *in situ* des cellules par choc hypotonique, suivi de fixation et du séchage à l'air libre (Rothfelds et Siminovitch) [1], permet une excellente dispersion des chromosomes. La coloration utilisée est du type Feulgen, modifié.

Technique d'examen. — Les préparations sont photographiées sur film « microfile Kodak » (grossissement × 375 sur le film; microscope « Leitz » immersion × 90, oculaire périplan × 10, chambre « Mikas » 1/3),et secondairement, le cliché est agrandi huit fois pour obtenir un grandissement de × 3 000 sur l'épreuve. Les comptages sur épreuves sont ensuite vérifiés par observation visuelle en cas de difficultés d'interprétation.

Toutes les préparations étudiées ont moins d'un mois de culture. Au-delà du septième repiquage *in vitro*, on constate parfois en effet une variégation du nombre chromosomique (tétraploïdie, aneuploïdie) alors que ce nombre est au contraire très constant lors des tous premiers passages.

Observations. — Les examens pratiqués sur plusieurs lignées cellulaires parallèles pour chaque individu donnent des résultats entièrement cohérents. Chez quatre garçons normaux, un garçon malformé (absence de main), un garçon atteint d'ostéopsathyrose et chez deux filles normales, le nombre diploïde normal de 46 a été retrouvé.

Chez tous les garçons cinq très petits chromosomes ont été observés, alors que chez les deux filles, quatre chromosomes seulement de ce type sont décelables. Le chromosome y, ainsi que l'ont supposé Ford et Jacobs [2], est probablement l'un d'entre eux.

Le diagnostic individuel du chromosome x, présent à double exemplaire chez la Femme, est faisable chez l'Homme après élimination des différentes paires possibles. Cependant cette recherche n'est réalisable que sur quelques cellules exceptionnellement claires.

Chez trois garçons mongoliens, le nombre chromosomique trouvé est de 47 sur différentes préparations, pour chacun des trois individus. Dans les trois cas le diagnostic du sexe a été rendu impossible du fait de la présence d'un très petit chromosome supplémentaire qu'on ne peut différencier des cinq petits éléments presque télocentriques, normalement rencontrés chez l'Homme.

La signification de cette observation et l'étude systématique d'autres maladies constitutionnelles font l'objet de recherches en cours.

(1) K. H. Rothfelds et L. Siminovitch, *Stain Technology*, **33**, 1958, p. 73-78.

(2) E. Ford et P. A. Jacobs, *Nature*, **181**, 1958, p. 1565-1568.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur la structure chimique du phosphatide du bacille Calmette-Guérin* (1). Note (*) de Mme **Erna Vilkas**, présentée par M. Maurice Lemoigne.

Description d'essais prouvant que le phosphatidyl-inosito-dimannoside décrit précédemment a la structure (I *b*). La fraction phosphatidique brute a donné après saponification, déphosphorylation et acétylation, les acétates d'inositol, d'un inosito-monomannoside, d'un inositodimannoside et d'un inositopentaglucoside.

Dans un récent Mémoire (2), nous avons proposé la formule (I) (*a* ou *b*) pour un phosphatide d'un mutant streptomycino-résistant de la souche humaine virulente H 37 Rv. Nous avons constaté ensuite qu'un phosphatide analogue existe également dans la souche B. C. G. (3). Dans les deux cas, nous avons identifié dans les produits d'hydrolyse l'acide α-glycérophosphorique et un phosphate d'inositol ainsi qu'un dimannosido-inositol signalé déjà précédemment par Anderson (4). En plus des acides stéarique et palmitique, nous avons pu identifier les acides palmitoléique, octadécénoïque et tuberculostéarique.

$$\begin{array}{l} CH_2OCO-R \\ CHOCO-R' \\ | \\ CH_2O-P(\rightarrow O)(-OH)(-OR'') \end{array} \quad \left\{ \begin{array}{lll} R = C_{17}H_{35} & \text{ou} & C_{15}H_{31} \\ R' = C_{15}H_{31} & \text{ou} & C_{17}H_{35} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{ll} (a) & R'' = C_6H_9O_3\begin{array}{l} -O-C_6H_{11}O_5 \\ -O-C_6H_{11}O_5 \end{array} \\ (b) & R'' = C_6H_{10}O_4-O-C_{12}H_{21}O_{10} \end{array} \right.$$

I

Position des acides gras. — Par analogie avec les autres phospholipides connus, nous avions admis que les deux acides gras qui entrent dans la composition du phosphatidyl-inosito-dimannoside estérifient le glycérol. Récemment Hanahan (5), en isolant un diglycéride à partir des phosphoinositides du foie de bœuf, a prouvé que les acides gras sont liés au glycérol. Nous avons alors soumis le phosphatide de B. C. G. à une hydrolyse ménagée selon la technique de cet auteur. On chauffe le produit avec HCl 2 *N* pendant 20 mn à 98°. L'extraction à l'éther du mélange réactionnel suivi de lavage au carbonate de soude a permis d'isoler un produit neutre, contenant du glycérol et des acides gras de poids moléculaire moyen 267; il s'agit d'un diglycéride : teneur en glycérol 13,3 %, rapport acides gras/glycérol 1,78. (La théorie pour un diglycéride contenant des acides gras de poids moléculaire moyen 270 est de 15,4 %). La chromatographie sur papier de la partie aqueuse provenant de la saponification du diglycéride montre une seule tache, au niveau du glycérol. Ces résultats permettent de conclure que les deux molécules d'acides gras du phophatidyl-inosito-dimannoside (I *a* ou *b*) sont liés au glycérol.

Présence d'un mannobiose. — Afin de pouvoir décider entre les formules (I *a*) et (I *b*) nous avons étudié la fraction hydrosoluble obtenue par saponification du phosphatide. La perméthylation ([6]) suivie d'hydrolyse et de chromatographie sur papier dans le mélange butanol : éthanol : eau : ammoniaque (40 : 10 : 49 : 1) nous a permis d'identifier un *triméthylmannose* [R_G ([7]) : 0,84] et un *tétraméthylmannose* (R_G : 1), présents en quantités à peu près égales, ce qui semble prouver que le phosphatide a la structure correspondant à la formule I *b*, dans laquelle les deux hexoses forment un mannobiose attaché à un hydroxyle de l'inositol. Quant au mode de liaision entre les deux mannoses, nous pouvons déjà exclure deux possibilités :

1° Les sucres méthylés chromatographiés sur papier ne se révélent pas par le système acide periodique-benzidine (utilisé généralement pour la révélation des substances possédant un ou plusieurs groupes glycols 1, 2). Ceci prouve que les deux mannoses méthylés possèdent un méthoxyle sur C_2 et exclut toute liaison glycosidique en 2.

2° Nous avons soumis l'inosito-dimannoside à l'oxydation periodique pendant 16 heures à la température ambiante et constaté qu'après ce traitement (consommation de 6,74 mol) on ne retrouve plus de mannose. Ce fait permet d'exclure la liaison en 3 (en admettant que le mannose se trouve sous sa forme pyranosique). La liaison glycosidique ne peut donc être que 1-4 ou 1-6, ce que nous espérons pouvoir déterminer prochainement.

Inhomogénéité du phosphatide du B. C. G. — En fractionnant les phospholipides d'un nouveau lot de la souche B. C. G. cultivé sur milieu peptoné et glycériné nous nous sommes aperçu que cette substance contient du *glucose* à côté du mannose ([3]). Des chromatographies sur papier de ce phosphatide intact selon Benson et Maruo ([8]) et de sa fraction hydrosoluble dans le système $CH_3OH—HCO_2H—H_2O$ (80 : 15 : 5) nous ont montré la présence de plusieurs taches révélables par le réactif phosphomolybdique et par le periodate. Pour identifier ces substances, nous avons déphosphorylé la partie hydrosoluble par chauffage avec de l'ammoniaque et désionisé la solution par l'Amberlite MB-3. Le sirop obtenu a été acétylé par l'anhydride acétique dans la pyridine. La chromatographie de ce produit sur silicate de Mg-Celite (2 : 1) nous a donné les fractions suivantes (dans l'ordre d'élution) :

1° *Le triacétate de glycérol*, $É_{0,02}$ 60°, $C_9H_{14}O_6$, calculé %, C 49,54 ; H 6,42 ; trouvé % C 49,66 et 49,56 ; H 6,31 et 6,51.

2° *L'hexaacétate d'inositol*, cristaux incolores, F 217° (pas de dépression de F en mélange avec un échantillon authentique). $C_{18}H_{24}O_{12}$, calculé %, C 50,00 ; H 5,60 ; trouvé %, C 50,03 ; H 5,79.

3° *Un acétate* F 78-80° (aiguilles incolores dans l'éthanol) $[\alpha]_D^{21}$ + 125° ($CHCl_3$). La substance chauffée sous vide pendant 4 h à 100° fond à 101-104°. Après désacétylation et hydrolyse nous identifions par la chromatographie sur papier l'*inositol* et le *glucose*. Les dosages de sucres effectués sur l'acétate

et sur la substance désacétylée indiquent la présence de 5 mol de glucose pour 1 mol d'inositol ([9]). Quantité de glucose calculée pour un inositopentaglucoside : 90,9 % ; trouvé : 86,3. Quantité de glucose calculée pour l'acétate d'inositopentaglucoside : 48 % ; trouvé : 45 % ; $C_{78}H_{104}O_{52}$ calculé %, C 50,00 ; H 5,60 ; trouvé %, C 49,75 ; H 5,69.

4° *Un acétate* F 178-180° (fines aiguilles) $[\alpha]_D^{21} + 20,5°$, en très faible quantité. La désacétylation et l'hydrolyse de ce produit donnent une molécule d'inositol et une molécule de mannose.

5° *Un acétate* F 135-136° $[\alpha]_D^{20} + 54°$, signalé déjà précédemment ([2]) qui est celui d'inosito-dimannoside.

Ces résultats semblent indiquer que les phospholipides du B. C. G. se composent d'un phosphatidyl-inositol dépourvu de sucres, d'un phosphatidyl-inosito-pentaglucoside, d'un phosphatidyl-inosito-monomannoside et d'un phosphatidyl-inosito-dimannoside.

(*) Séance du 19 janvier 1959.

([1]) 52e communication sur les constituants des Mycobactéries; 51e communication : R. Toubiana, *Comptes rendus*, 248, 1959, p. 247.

([2]) E. Vilkas et E. Lederer, *Bull. Soc. Chim. biol.*, 38, 1956, p. 111.

([3]) E. Vilkas, *Comptes rendus*, 245, 1957, p. 588; le phosphatide de B. C. G. cultivé sur milieu de Sauton ne contient que des traces de glucose.

([4]) R. J. Anderson, H. C. Lothrop et M. M. Creighton, *J. Biol. Chem.*, 125, 1938, p. 299.

([5]) D. J. Hanahan, *Federation Proceedings*, 16, 1957, p. 826.

([6]) Le spectre infrarouge du produit de méthylation n'avait plus de bande —OH.

([7]) $R_G : \dfrac{\text{distance parcourue par le sucre}}{\text{distance parcourue par le 2.3.4.6-tétraméthylglucose}}$.

([8]) A. A. Benson et B. Maruo, *Biochim. Biophys. Acta*, 27, 1958, p. 189.

([9]) M. C. Pangborn (*Fed. Proc.*, 17, 1958, p. 1133) a décrit l'isolement à partir des bacilles tuberculeux d'un « lipopolysaccharide » contenant 10,54 % d'inositol, 50 % de mannose et 1,7 % de P. D'autre part S. Nojima (National Institut of Health, Tokyo) nous a communiqué un manuscrit (sous presse) décrivant l'isolement à partir des cires D du B. C. G. d'une fraction correspondant à un phosphatidyl inosito pentamannoside.

(*Institut de Biologie physicochimique, Paris*, 5e.)

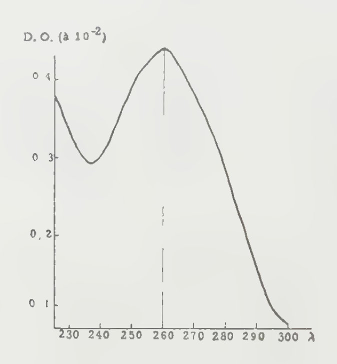
VIROLOGIE. — *L'acide ribonucléique infectieux du virus de la fièvre aphteuse.* Note de MM. **J. André Thomas** et **Jean Leclerc**, présentée par M. Jacques Tréfouël.

L'acide ribonucléique, extrait du virus de la fièvre aphteuse, à partir des aphtes, est par lui-même hautement virulent; il provoque les lésions pathognomoniques de la maladie. Son pouvoir infectieux correspond à 10% de celui du virus complet. Le virus reconstitué est transmissible par passage. Le pouvoir infectieux de l'acide disparaît après traitement par la ribonucléase, mais non celui du virus complet.

Gierer et Schramm, en 1956 [1], ont découvert le pouvoir infectieux de l'acide ribonucléique extrait du virus de la mosaïque du Tabac par la méthode au phénol; ils ont ainsi montré que l'acide ribonucléique peut porter seul l'information génétique nécessaire à la reconstitution du virus dans l'organisme. Cette découverte a été étendue à quelques virus des animaux [[2] à [7]]. L'extraction phénolique nous a permis de préparer à partir du virus de la fièvre aphteuse un acide ribonucléique doué du pouvoir infectieux de ce virus. La semaine dernière, nous avons eu connaissance du travail sur la même question, que Mussgay et Strohmaier ont publié il y a deux mois [8]. Cette publication nous incite à communiquer une partie des résultats de nos recherches : celles-ci aboutissent à des conclusions générales semblables à celles des auteurs allemands, mais restent originales à plusieurs égards. Mussgay et Strohmaier ont utilisé le virus aphteux C_1, adapté à la Souris; ils extraient l'acide ribonucléique par le phénol, à partir du surnageant d'homogénat de muscles de souriceaux infectés. Les préparations infectieuses sont inoculées à des souriceaux de 5 à 6 jours; le test de l'infection n'est pas, dans ce cas, la lésion pathognomonique, mais la mort de l'animal dans les 7 jours.

Matériel et méthodes. — Nos recherches portent sur une souche de virus aphteux O_2 très virulent, titrant 10^{-9} sur bovin. Les extractions par le phénol sont opérées directement à partir des aphtes primaires provenant du Bovin, ou du Cobaye après adaptation de la même souche à cet animal. Le surnageant du broyat des aphtes virulents à la dilution de 10^{-1} ou 10^{-2}, sert d'une part d'inoculum virulent témoin (*virus*), et d'autre part à l'extraction de l'acide ribonucléique par le phénol [9]. Ce corps est éliminé par lavage à l'éther exempt de peroxydes, qui est lui-même évaporé par barbotage d'azote. L'acide ribonucléique extrait est caractérisé; une fraction est inoculée telle, à diverses dilutions, et une autre après dépolymérisation par la ribonucléase cristallisée (Worthington), à la concentration de 10 μg/ml d'inoculum. Pour chaque série d'expériences, quatre fractions : *virus*, *virus + ribonucléase* (RNase), *acide ribonucléique* (ARN), ARN + RNase sont inoculées au Cobaye, dans chaque coussinet plantaire postérieur (0,5 ml), après avoir subi la même incubation. Le test de l'infection est le développement des lésions aphteuses, avec aphtes primaires et généralisation. Pour tous les temps de préparation des diverses fractions, dans une même expérience, nous utilisons un même tampon phosphate à pH 7,6 qui, selon les séries, diffère par sa concentration en NaCl (0,1 et 1 M), de façon à évaluer l'action de la force ionique. Le pouvoir infectieux de l'ARN extrait est comparé à celui du virus complet, par titrage. Pour que cette comparaison soit valable, les dilutions respectives sont faites en tampon phosphate pH 7,6, NaCl, M, après incubation de 30 mn à 20° C, en présence de témoins : virus + RNase et ARN + RNase.

L'extrait final du virus complet ne contient plus de phénol (réaction de Millon négative). Les protéines ne peuvent y être détectées par la réaction du biuret; en outre, la chromatographie après hydrolyse par SO_4H_2, N, pendant 1 h à 100°, ne permet pas d'y déceler d'acides aminés par la ninhydrine. La réaction à l'orcine pour les pentoses est positive. Le spectre d'absorption ultraviolet est caractéristique des acides nucléiques, avec maximum à 2 600 Å (*fig.*). Le taux d'acide nucléique calculé à partir de la valeur de la densité optique à 2 600 Å est d'environ 20 μg par centimètre cube d'extrait dilué à 10^{-2}.



Conclusions expérimentales. — 1° Le traitement du virus complet par la ribonucléase, même à haute concentration, pendant 1 h à 37°, dans des milieux de forces ioniques différentes, ne modifie pas le pouvoir infectieux. 2° L'ARN extrait du virus complet provoque la fièvre aphteuse typique, chez le Cobaye, dans la plupart des cas. 3° Par contre, cet ARN traité par la ribonucléase, dans des milieux de forces ioniques différentes, a perdu totalement son pouvoir infectieux (tableau). 4° Il semble, d'après nos observations, qu'un milieu de force ionique élevée favorise le développement des aphtes primaires provoqués par l'ARN aphteux, en accord avec les résultats sur les variations du pouvoir cytopathogène de l'ARN poliomyélitique ([5]). 5° Les aphtes produits chez le Cobaye par l'ARN infectieux fournissent un virus reconstitué, transmissible par passage et provoquant les lésions pathognomoniques de la fièvre aphteuse. 6° Dans les conditions précisées plus haut, le titre du pouvoir pathogène, pour le Cobaye, de l'ARN aphteux est au moins 10^{-6}, que cet ARN provienne de souche adaptée au Cobaye ou même, directement, des aphtes de bovin, le titre du virus complet étant 10^{-7}. 7° Dans le cas de l'ARN aphteux de muscle de souriceau, titré sur souriceau, le pouvoir infectieux atteint 0,1 % de celui du virus complet ([8]), alors que nous trouvons, pour l'ARN d'aphtes de Cobaye, titré sur Cobaye, qu'il est de 10 %.

La mise en évidence du pouvoir infectieux de l'ARN aphteux rend plus apparent encore l'empirisme des procédés usuels de vaccination contre la fièvre aphteuse.

Inoculation (virus d'aphtes de Cobayes).	Milieu.	Incubation Temps (mn).	Incubation Température (°C).	Cobayes inoculés.		Cobayes (aphtes primaires).		Cobayes (généralisation aphteuse).	
Virus 10^{-1}	A	–	–	3		3		3	
» 10^{-2}	B	15	20	4	11	4	11	4	8
» »	B	60	37	4		4		1 ([a])	
Virus 10^{-1} + RNase	A	15	20	4		4		4	
» 10^{-2} + RNase	A	15	20	5		5		5 ([b])	
» »	A	15	20	4		4		3	
» »	B	15	20	4	33	4	33	4	26
» »	B	15	20	4		4		3	
» »	B	30	20	4		4		3	
» » ([c])	A	60	37	4		4		2	
» » ([c])	B	60	37	4		4		2	
ARN du virus 10^{-1}	A	15	20	3		3		2	
» » 10^{-2}	A	15	4	5	20	3	14	3	15
» » »	A	15	20	4		1		4 ([d])	
» » »	B	15	20	8		7		6	
ARN du virus 10^{-1} + RNase	A	15	20	3		0		0	
» » 10^{-2} + RNase	A	15	20	4		0		0	
» » »	B	15	20	8	19	0		0	
» » »	B	30	20	4		0		0	

([a]) Lot sacrifié au 3e jour; ([b]) 1 mort; ([c]) Ribonucléase cristallisée à haute concentration (0,10 mg/ml); ([d]) Généralisations linguales sans aphtes primaires. A et B, tampon phosphatés pH 7,6; A, avec NaCl 0,1 M et B, avec NaCl 1 M.

(1) A. Gierer et G. Schramm, *Z. Naturforsch.*, **11** *b*, 1956, p. 138 et *Nature*, **177**, 1956, p. 702.

(2) E. Wecker et W. Schäfer, *Z. Naturforsch.*, **12** *b*, 1957, p. 415.

(3) J. S. Colter, H. H. Bird, A. W. Moyer et R. A. Brown, *Virology*, **4**, 1957, p. 522.

(4) H. E. Alexander, G. Koch, I. M. Mountain, K. Spruut et O. Van Damme, *Virology*, **5**, 1958, p. 172.

(5) H. E. Alexander, G. Koch, I. Morgan, I. M. Mountain et O. Van Damme, *J. Exp. Med.*, **108**, 1958, p. 493.

(6) J. S. Colter, H. H. Bird et R. A. Brown, *Nature*, **179**, 1957, p. 859.

(7) J. Huppert et K. Sanders, *Comptes rendus*, **246**, 1958, p. 2067 et *Nature*, **182**, 1958, p. 515.

(8) M. Mussgay et K. Strohmaier, *Zentral. Bakt.*, **173**, 1958, p. 163.

(9) H. Schuster, G. Schramm et W. Zillig, *Z. Naturforsch.*, **11** *b*, 1956, p. 339.

(*Laboratoire de Biologie cellulaire, Sorbonne et Institut Pasteur.*)

VIROLOGIE. — *De la présence d'un mucopolysaccharide inhibiteur et d'acides désoxyribonucléiques libres dans les suspensions de virus choriotrope.* Note (*) de M. **Roland de Ruyck**, présentée par M. Jacques Tréfouël.

La présence d'acide désoxyribonucléique libre dans les suspensions virulentes de virus choriotrope, nécessite l'emploi d'antigènes préalablement traités par la désoxyribonucléase dans les réactions de séroneutralisation.

Au cours de recherches de sérologie qui avaient pour but de mettre en évidence un pouvoir neutralisant dans le sérum de lapin hyperimmun, il a été maintes fois observé que le pouvoir métaplasiant du virus choriotrope cessait d'être neutralisé lorsque les antigènes virulents étaient conservés à la glacière pendant trois ou quatre semaines.

Ces résultats paradoxaux ayant entraîné des difficultés dans la mise au point d'une réaction de séroneutralisation, il a été nécessaire d'étudier différents facteurs susceptibles d'influencer la courbe de dilution du pouvoir infectieux du virus.

A cet effet, des œufs de race New-Hampshire et Plymouth-Rock sont inoculés par voie intra-ammiotique avec des dilutions croissantes, à raison de six œufs par dilution. La suspension virulente est constituée par des broyats de fragments de môle hydatiforme humaine ou de vésicules ammiotiques expérimentales, préalablement conservés dans la glycérine pure, afin de tuer les cellules tout en conservant le virus. Les broyants, stérilisés aux antibiotiques, sont centrifugés, puis ultra-filtrés ou non, suivant les cas, afin de ne pas les appauvrir en virus.

Dans ces conditions, on constate avec des broyats ou des filtrats frais, que la courbe de dilution est une courbe en cloche, les fortes concentrations de virus n'entraînant aucune modification du parenchyme hépatique. Ce n'est qu'à partir de 10^{-3} ou 10^{-4} que les premières formations de cartilage commencent à être observées, et c'est dans l'intervalle de 10^{-5} à 10^{-10} que la courbe atteint un plateau qui voisine de 80 %. Puis la courbe décroît et s'annule vers 10^{-12}.

Tout se passe comme si dans un broyat existait simultanément le virus infectieux, et une substance inhibitrice, responsable de la phase initiale de la courbe, et plus rapidement épuisée par les dilutions successives que l'agent infectieux.

Si les broyats sont préalablement conservés à la glacière, ou traités à la hyalouronidase, on s'aperçoit que la courbe atteint d'emblée un plateau à 80 %, comme si l'inhibiteur envisagé était relativement labile et constitué par un *mucopolysaccharide*, hydrolysable par l'enzyme.

D'autre part, lorsqu'un broyat est traité par la désoxyribonucléase, on observe toujours que le titre de la suspension virulente s'abaisse d'au moins 2 ou 3 unités et tombe de 10^{-12} à 10^{-9}. Il semble ainsi que dans un broyat existe, en plus, une certaine quantité d'*acide désoxyribonucléique* (*ADN*) *libre*, inactivé par l'enzyme et capable à lui seul de déterminer la transformation cartilagineuse, et responsable de l'infectiosité des dilutions finales. De cette manière on s'explique que des sérums hyperimmuns neutralisent certaines préparations antigéniques et demeurent sans action sur d'autres préparations virulentes de même origine.

Il en résulte sur le plan pratique, qu'il est indispensable au cours de

recherches immunologiques, que les antigènes virulents qui servent à la séroneutralisation, soient préalablement traités à la désoxyribonucléase, car les anticorps recherchés ne neutralisent que le virus à l'état particulaire et demeurent sans action sur l'ADN en solution provenant de virus lysé.

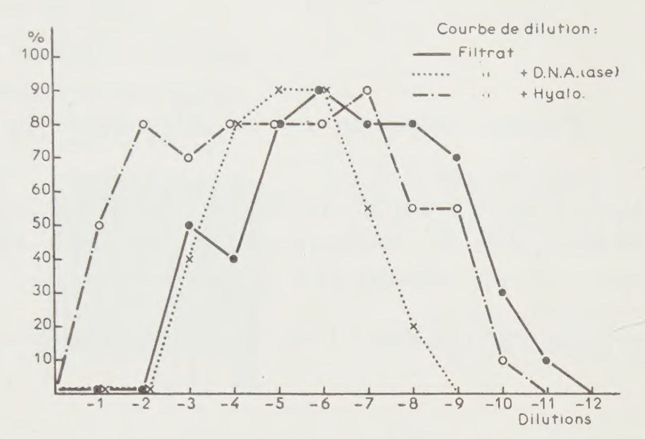


Fig. 1. — Exemple d'une courbe de dilution du virus choriotrope sans et après traitement à la hyalouronidase et à la désoxyribonucléase.

Sur le plan théorique, il conviendrait dès lors, de comprendre la métaplasie chondroïde induite par le virus choriotrope, aussi bien comme un phénomène de « transformation » déterminé par un acide désoxyribonucléique soluble, que comme un phénomène de « conversion » résultant de l'introduction dans un génome cellulaire du matériel nucléique d'un virus particulaire, doué de constituants antigéniques.

(*) Séance du 12 janvier 1959.

La séance est levée à 15 h 35 m.

L. B.

ERRATA.

—

(*Comptes rendus* du 17 novembre 1958.)

Note présentée le 3 novembre 1958, de MM. *Jean Malmejac, Georges Chardon* et *Richard Fredenucci*, Analyse électrophysiologique chez le Chien de l'action « ganglioplégique » du refroidissement à 19-20° C :

La figure qui est placée page 1779 dans le corps de cette Note, ne concerne pas celle-ci, mais la suivante.

Note présentée le 3 novembre 1958, de MM. *Jacques Boistel* et *Édouard Coraboeuf*, Rôle joué par les ions Na^+ dans la genèse de l'activité électrique du tissu nerveux d'Insecte :

Page 1781, cette Note devait être accompagnée de la figure qui a été placée par erreur page 1779 dans le corps de la Note de MM. Jean Malmejac, Georges Chardon et Richard Fredenucci.

(*Comptes rendus* du 24 novembre 1958.)

Note présentée le même jour, de M. *Félix Pollaczek*, Détermination de différentes fonctions de répartition relatives à un groupe de lignes téléphoniques sans dispositif d'attente :

Page 1827, dans l'équation (6), *au lieu de* $\varepsilon_2 - (\zeta - \sigma_\lambda - q)$, *lire* $\varepsilon_2(-\zeta - \sigma_\lambda - q)$.
» 1828, dans l'équation (8), *au lieu de* $F_s(1, z)$, *lire* $[F_s(1, z)]^{-1}$.